દ્વિતીય વર્ષ

ડી.એલ.એડ્. અભ્યાસક્રમ મૉડ્યૂલ

કોર્સ – ૪ (અ)
પદ્ધતિશાસ્ત્ર અને વિષયવસ્તુઃગણિત
(ધોરણ ૬ થી ૮)

જીસીઈઆરટી, વિદ્યાભવન,
ઉદ્યોગભવન સામે, સેક્ટર–12, ગાંધીનગર

આવૃત્તિ
2020

પ્રેરક
શ્રી બી.સી. સોલંકી
સચિવ, જીસીઇઆરટી, ગાંધીનગર

કન્વીનર
શ્રીમતી કલ્પના ઉનડકટ

નિર્માણ સંયોજન
શ્રી આઈ. વી. પટેલ
(સભ્ય સચિવ)
ડૉ. હરેશભાઇ ચૌધરી
ડૉ. અખિલ ઠાકર
ડૉ. ગૌરાંગ વ્યાસ

વિષય સલાહકાર
ડો. વિજય એસ. પટેલ
ડો. હર્ષદભાઈ એ. પટેલ

લેખન–સંપાદન
ડો. સંજય શાહ
ડો. ચંદ્રમૌલી જોષી
શ્રી એમ. એ. શેખ
શ્રીમતી હિમાબેન પંડ્યા
શ્રી કિરીટભાઈ જોષી
શ્રી કલ્પેશભાઈ ભટ્ટ
શ્રી બી. પી. શાહ

સમીક્ષા
શ્રી આર.ડી. મૂળિયા
શ્રી હિતેન્દ્ર પટેલ

પ્રસ્તાવના:

પરિવર્તનના પગથિયાં ચડીને જ પ્રગતિના રાજમાર્ગ સુધી પહોંચી શકાય છે. પ્રગતિના પીયૂષ પીવા માટે પરિવર્તન આવશ્યક છે. આ બાબતને અનુલક્ષીને પ્રાથમિક શિક્ષક પ્રશિક્ષણ પ્રભાવી બનાવવા માટે સમયાંતરે તેના અભ્યાસક્રમમાં ફેરફાર કરવાની જરૂરિયાત ઊભી થતાં ક્રમશઃ પુનઃરચના કરવામાં આવી હતી.

પ્રાથમિક શિક્ષક પ્રશિક્ષણ અભ્યાસક્રમની પુનઃરચનાના ઈતિહાસમાં ડોકિયું કરીએ તો ઈ.સ. 1995માં રાજ્યવ્યાપી અમલી બનેલ ક્ષમતાકેન્દ્રી અભિગમને અનુલક્ષીને ક્રમશઃ ઈ.સ. 1999 અને 2002માં અભ્યાસક્રમની પુનઃરચના કરવામાં આવી. ત્યારબાદ રાષ્ટ્રીય અભ્યાસક્રમ માળખું (NCF)–2005ની જાહેરાત અન્વયે રાજ્યની પ્રાથમિક શાળાઓના પાઠ્યક્રમમાં પરિવર્તન આવતાં તેમજ અભ્યાસક્રમમાં પુનરાવર્તન પામતી ક્ષમતાઓ દૂર કરવાના હેતુસર ઈ.સ. 2008-09માં અભ્યાસક્રમને પુનર્ગઠિત કરવામાં આવેલ.

વર્તમાન સમયના પરિપ્રેક્ષ્યમાં ગુજરાત રાજ્યમાં NCF-2005, RTE-2009 અને NCTE દ્વારા પ્રસિદ્ધ કરવામાં આવેલ NCFTE-2009 તથા 12મી પંચવર્ષીય યોજનાની ભલામણોને ધ્યાને લઈને પ્રાથમિક શિક્ષણ ક્ષેત્રે થયેલ ફેરફારોના અનુસંધાને પ્રાથમિક શિક્ષક પ્રશિક્ષણ અભ્યાસક્રમનું પુનઃગઠન ઈ.સ. 2014માં કરી તેનું નવું નામાભિધાન ડી.એલ.એડ્. (D.El.Ed.) રાખવામાં આવેલ છે.નવા અભ્યાસક્રમમાં ક્ષમતાઓને બદલે અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ(Learning Outcomes)ને સ્થાન આપવામાં આવેલ છે.

ડૉ. રવીન્દ્રભાઈ દવે સાહેબના અધ્યક્ષપણા હેઠળ રચવામાં આવેલ અભ્યાસક્રમ સમિતિ અને ડી.એલ.એડ્. કોર ટીમના માર્ગદર્શનને અંતે ડી.એલ.એડ્. (D.El.Ed.) અભ્યાસક્રમનું ઘડતર કરવામાં આવેલ છે.

આ બે વર્ષીય ડી.એલ.એડ્. અભ્યાસક્રમ ત્રણ વિભાગોમાં વિભાજિત છે. જેના પ્રથમ વિભાગમાં સાત અધ્યયન ક્ષેત્રો, બીજા વિભાગમાં પાંચ કાર્ય કૌશલ્ય ક્ષેત્રો અને ત્રીજા વિભાગમાં પાંચ પ્રતિબદ્ધતા ક્ષેત્રો સમાવિષ્ટ છે.

આ વર્તમાન ડી.એલ.એડ્. (D.El.Ed.) અભ્યાસક્રમને અનુલક્ષીને તૈયાર થયેલ મૉડ્યૂલની સંરચનામાં જીસીઇઆરટી–ગાંધીનગર, જિલ્લા શિક્ષણ અને તાલીમ ભવનો, અધ્યાપન મંદિરો અને વિષય તજજ્ઞશ્રીઓ તેમજ સમીક્ષકશ્રીઓનો સહયોગ પ્રાપ્ત થયેલ છે. આ ઉપરાંત, UNICEF નો પણ આર્થિક તેમજ શૈક્ષણિક સહયોગ પ્રાપ્ત થયો છે. પ્રસ્તુત અભ્યાસક્રમ ડી.એલ.એડ્. (D.El.Ed.) પ્રશિક્ષણાર્થીઓને ઉપયોગી બનશે તેવી શ્રદ્ધા છે.

આ મૉડ્યૂલવધુ સમૃદ્ધ અને ક્ષતિરહિત બને તે માટે રાજ્યની તમામ ડી.એલ.એડ્. સંસ્થાઓ પાસેથી સૂચનો મેળવીને મૉડ્યૂલને આખરી સ્વરૂપ આપવામાં આવેલ છે. આમ, પ્રસ્તુત મૉડ્યૂલઉપયોગી અને અસરકારક બને તે માટે જીસીઇઆરટી દ્વારા પૂરતી કાળજી લેવામાં આવી છે, તેમ છતાં તેની ગુણવત્તા વધારે તેવાં સૂચનો જીસીઇઆરટી સદાય આવકારે છે.

સભ્ય સચિવ
ડી.એલ.એડ્. અભ્યાસક્રમ સમિતિ
જીસીઇઆરટી, ગાંધીનગર

નિયામક
જીસીઇઆરટી,
ગાંધીનગર

અનુક્રમણિકા

ક્રમ	એકમ	પાનાં નં
1	ગાણિતિક તર્ક	1
2	વ્યવહારુ અંકગણિત અને માહિતીનું ઉપયોજન	18
3	ભૂમિતિ શિક્ષણ	37
4	ગણિતમાં પ્રત્યાયન અને મૂલ્યાંકન	57

પ્રકરણ–1

ગાણિતિક તર્ક

1.1 પ્રસ્તાવના

1.2 ઉદ્દેશો

1.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ

1.4 તર્ક

1.4.1 ગાણિતિક તર્ક

1.4.2 સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા

1.5 ગણિતમાં કોયડા–ઉકેલ **(Problem solving in Maths)**

1.5.1 અર્થ – સંકલ્પના

1.5.2 કોયડા ઉકેલની કાર્ય પ્રણાલીનું સ્વરૂપ (કોયડા અને કોયડા ઉકેલનું સ્વરૂપ)

1.5.3 કોયડા ઉકેલ માટેનાં સોપાનો

1.5.4 કોયડા ઉકેલનું મહત્ત્વ

1.5.5 વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલ કૌશલ્યનો વિકાસ

1.5.6 વિવિધ પ્રકારના કોયડાઓ / કોયડાઓના વિવિધ પ્રકારો.

1.6 સાંખ્યિક ગોઠવણી

1.7 કાર્યકારી સંબંધ **(Functional Relation)**

1.8 સમીકરણ

1.9 ચલ

1.10 સુરેખ સમીકરણ

1.10.1 સમીકરણનો ઉકેલ

1.11 ઉપસંહાર

પ્રકરણ–1
ગાણિતિક તર્ક

1.1 પ્રસ્તાવના

ગણિત એ તર્કબદ્ધ, ક્રમબદ્ધ અને સાતત્યપૂર્ણ વિષય છે. માનવીના જીવનવ્યવહારના દરેક ક્ષેત્રમાં ગણિતનો ઉપયોગ થાય છે. ગણિત એ પદ્ધતિસરનું વિજ્ઞાન છે જેમાં આકારો, સરખામણી, સંખ્યાઓ, સંખ્યા આધારિત પ્રક્રિયાઓ, સમસ્યા પર વિચાર–ચિંતન, સાંખ્યિક તરાહ, સામાન્યીકરણ, કોયડા ઉકેલ જેવી વિવિધ બાબતો સમાવિષ્ટ છે.

ગણિતનો પાયો તર્ક છે. વાસ્તવમાં ગાણિતિક તર્ક એ એક પ્રકારની પ્રક્રિયા છે, જેમાં સમસ્યાથી ઉકેલ તરફ જવાનું હોય છે.

સમસ્યા ⟶ વિચાર ⟶ ચિંતન ⟶ અનુભવ ⟶ અનુમાન ⟶ વિકલ્પ પસંદગી ⟶ નિર્ણય = તર્ક.

જો ઉકેલમાં કોઈ ક્ષતિ જણાય કે સમસ્યાનું સમાધાન સ્પષ્ટ ન મળે તો પુનઃ જે તે પ્રક્રિયામાંથી પસાર થવું પડે છે. સામાન્ય રીતે જે વ્યકિતની ગાણિતિક તર્ક કરવાની વૃત્તિ – પ્રવૃત્તિ ગુણવત્તાયુક્ત હોય તો તેનું ગાણિતિક તર્ક કરવાનું કૌશલ્ય ઊંચું જોવા મળે છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં આપણે ગાણિતિક તર્કની સંકલ્પના, ગાણિતિક તર્ક માટેના સામાન્યીકરણની રીત, તર્ક વિકાસ, ભૌમિતિક સંકલ્પનાઓની સમજ, સાંખ્યિક તરાહની ગોઠવણી, બીજગણિતમાં કાર્યકારી સંબંધ, ચલ અને તેના ઉપયોગ, સુરેખ સમીકરણની સમજ, કોયડા ઉકેલની કાર્ય પ્રણાલીનું સ્વરૂપ, કોયડા ઉકેલનાં સોપાનો, કોયડા ઉકેલ માટેની જરૂરી બાબતો, તર્ક આધારિત કોયડાઓનો ઉકેલ જેવા મુદ્દાઓ વિશે અભ્યાસ કરીશું.

1.2 ઉદ્દેશો

પ્રશિક્ષણાર્થીઓ

- ગાણિતિક તર્કની સંકલ્પના સમજે.
- ગાણિતિક તર્કના વિકાસ માટે સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા સમજે.
- ગાણિતિક માળખાની સમજ કેળવે.
- કોયડા ઉકેલની સંકલ્પના, સોપાનો અને મહત્ત્વ સમજે.
- કોયડા ઉકેલ કૌશલ્યના વિકાસ માટેની જરૂરી બાબતો સમજે.
- કોયડાઓના વિવિધ પ્રકારો વિશે જાણે.
- સાંખ્યિક તરાહની ગોઠવણીને સમજે અને નવી સાંખ્યિક તરાહની ગોઠવણી કરે.
- ચલ વિશે જાણે અને તેનો ઉપયોગ કરતાં શીખે.
- ગણિતમાં ચલ વચ્ચેના કાર્યકારી સંબંધ વિશે જાણે.
- સાદાં સુરેખ સમીકરણ રચી શકે અને તેનો ઉકેલ મેળવી શકે.

1.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ

- ગાણિતિક તર્કની સંકલ્પના સમજાવી શકશે.
- ગાણિતિક તર્કના વિકાસ માટે સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા સમજાવી શકશે.
- ગણિતના માળખાને સમજાવી શકશે.
- કોયડા ઉકેલની સંકલ્પના, સોપાનો અને મહત્ત્વ સમજાવી શકશે.
- કોયડા ઉકેલ કૌશલ્યના વિકાસ માટેની જરૂરી બાબતો સમજાવી શકશે.

- કોયડાઓના વિવિધ પ્રકારો વિશે જણાવી શકશે.
- સાંખ્યિક તરાહની ગોઠવણીને સમજાવી શકશે અને નવી સાંખ્યિક તરાહની ગોઠવણી કરી શકશે.
- ચલ વિશે જણાવી શકશે અને ચલનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- ગણિતમાં ચલ વચ્ચેના કાર્યકારી સંબંધ વિશે જણાવી શકશે.
- સાદાં સુરેખ સમીકરણ રચી શકશે અને તેમનો ઉકેલ મેળવી શકશે.

1.4 તર્ક

ગણિત એ ક્રમબદ્ધ, તર્કબદ્ધ અને સાતત્યપૂર્ણ વિષય છે. વ્યવહારમાં દરેક ક્ષેત્રમાં ગણિતનો ઉપયોગ થાય છે. દરેક કાર્ય કે પ્રવૃત્તિમાં માણસ વિચારશે, વિકલ્પ શોધશે, અનુભવના આધારે અનુમાન કરશે, ઉત્તમ વિકલ્પ પસંદ કરશે, નિષ્કર્ષ તારવશે અને નિર્ણય લેશે.

તર્ક એટલે વૈજ્ઞાનિક વિચાર. પ્રશ્ન કે સમસ્યાથી તર્કનો પ્રારંભ થાય છે. જવાબ કે ઉકેલથી તર્કનો અંત આવે છે. અંતઃ વિચારણાનું વિશ્લેષણ અને મૂલ્યાંકનની ક્રિયા એટલે તર્ક.૪

1.4.1 ગાણિતિક તર્ક

ગણિતમાં કોઈ પ્રશ્ન કે સમસ્યાના ઉકેલ માટે આપેલી વિગતોનો અભ્યાસ કરી તેમની વચ્ચેનો સંબંધ તપાસી વિગતોનાં વિશ્લેષણ અને અર્થઘટન કરી ઉકેલ તરફ જવાની સમગ્ર પ્રક્રિયાને ગાણિતિક તર્ક કહી શકાય.

1.4.2 સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા

માણસમાં અનેક અનુભવોના આધારે કેટલાક ખ્યાલો કે માન્યતા બંધાય છે. કોઈ ઘટનાનું સંબંધિત શ્રેણીબદ્ધ અવલોકન કરવામાં આવે છે, અને તેમાં જોવા મળતી સામાન્ય બાબતને અલગ તારવવામાં આવે છે. ત્યાર બાદ તેવી જ પરિસ્થિતિમાં પુન: અવલોકન કર્યા બાદ જોવા મળતી સામાન્ય બાબતનું યથાર્થીકરણ કરતાં મળતા પરિણામને સૂત્ર, નિયમ કે ગુણધર્મ તરીકે પ્રસ્થાપિત કરવામાં આવે છે. આ ક્રિયાને સામાન્યીકરણ કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ તરીકે –

ત્રિકોણ	ખૂણો 1	ખૂણો 2	ખૂણો 3	ત્રણે ખૂણાના માપનો સરવાળો
1	50^0	60^0	70^0	180^0
2	50^0	60^0	70^0	180^0
3	50^0	60^0	70^0	180^0

$\therefore$ ગુણધર્મ : ત્રિકોણના ત્રણે ખૂણાનાં માપનો સરવાળો 180^0 થાય છે.

વર્તુળ	પરિઘ	વ્યાસ	ગુણોત્તર($\frac{\text{પરિઘ}}{\text{વ્યાસ}}$)= π
1	44	14	$\frac{44}{14} = \frac{22}{7} = \pi$
2	66	21	$\frac{66}{21} = \frac{22}{7} = \pi$
3	110	35	$\frac{110}{35} = \frac{22}{7} = \pi$

આ જ રીતે,

ઘાતાંકના નિયમો

વિભાજ્યતાની ચાવીઓ

પૂર્ણાંક સંખ્યાના ગુણધર્મો

સંખ્યાઓની ઓળખ અને ગુણધર્મ જેવા શૈક્ષણિક મુદ્દા સામાન્યીકરણ દ્વારા સમજાવી શકાય

ગાણિતિક સૂત્રો (Axioms)

ઉદાહરણ પરથી સૂત્રની તારવણી કરવામાં આવે છે.

રૂા. 300 (P) નું 3 વર્ષનું (R) 10 % લેખે સાદું વ્યાજ કેટલું થાય ?

રૂા. 100 નું 1 વર્ષનું વ્યાજ = રૂા. 10

રૂા. 300 નું 3 વર્ષનું વ્યાજ =?

વ્યાજ=$\frac{300 \text{ x } 10 \text{ x } 3}{100}$

આવા ઉદાહરણની પંચ રાશિ મૂક્યા બાદ બીજા ઉદાહરણની ગણતરી બાદ સાદા વ્યાજનું સૂત્ર $I = \frac{PRN}{100}$ તારવી શકાય.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. તર્ક એટલે શું ?
2. સામાન્યીકરણ એટલે શું ?
3. સામાન્યીકરણનું બીજગણિત સંબંધિત ઉદાહરણ આપો.

1.5 ગણિતમાં કોયડા–ઉકેલ (Problem solving in Mathematics)

A human child has to meet and solve problems as they grows, problems which present themselves in their physical surroundings, their intellectual associations & their social contacts. In school, the child is to be trained in the art and craft of problem solving.

શાળામાં અભ્યાસ કરતો વિદ્યાર્થી માત્ર ગણિતનું જ્ઞાન પ્રાપ્ત કરે તે પૂરતું નથી. શિક્ષણનું ધ્યેય વિદ્યાર્થી તેના જીવનમાં આવતા કોયડા ઉકેલવાની સૂઝ પ્રાપ્ત કરે તે પણ છે. આ માટેની માનસિક તાલીમ અન્ય વિષયો કરતાં ગણિત દ્વારા સારામાં સારી રીતે આપી શકાય. ગણિતમાં કોયડા ઉકેલ સંબંધી કેટલીક બાબતો અહીં સમજીશું.

1.5.1 અર્થ / સંકલ્પના

વિદ્યાર્થીઓ ગણિતની મૂળભૂત સંકલ્પનાઓ, ગાણિતિક પ્રક્રિયાઓ, સૂત્રો, નિયમો, સિદ્ધાંતોનું જ્ઞાન પ્રાપ્ત કરે તે જરૂરી છે. ઉપરાંત પ્રાપ્ત જ્ઞાનનો નવીન પરિસ્થિતિમાં ઉપયોગ કરતાં શીખે તે પણ જરૂરી છે. વિદ્યાર્થીને તેના જીવનવ્યવહારમાં નાની–મોટી ગણતરીઓ કરવી પડે છે. આવી ગણતરીઓ દ્વારા તેઓ પોતાના વ્યવહારમાં આવતા વિશિષ્ટ ગાણિતિક પ્રશ્નો ઉકેલે છે. આ વિશિષ્ટ ગાણિતિક પ્રશ્નો કોયડા તરીકે ઓળખાય છે. બધા ગાણિતિક પ્રશ્નો એ ગાણિતિક કોયડા નથી. જે ગાણિતિક પ્રશ્ન ચીલાચાલુ રીતે ઉકેલાતો નથી, જેના ઉકેલ માટે તર્કસંગત વિચારવું પડે, જેના ઉકેલમાં અગાઉ પ્રાપ્ત કરેલ ગાણિતિક જ્ઞાનનો ઉપયોગ કરવાનો થાય તેવા પડકારરૂપ ગાણિતિક પ્રશ્નો ગાણિતિક કોયડા તરીકે ઓળખાય છે.

ગણિતની મૂળભૂત ક્રિયાઓ, ગણિતનાં સૂત્રો, સત્યો, નિયમો કે સંકલ્પનાઓનો ઉપયોગ કરીને ઉકેલ મેળવવો પડે તેવા વ્યવહારુ જીવનને લગતા ગણિતના પ્રશ્નને વ્યાવહારિક કોયડા કહે છે. વિદ્યાર્થીઓ કોયડાનો ઉકેલ મેળવે તે કરતાં તેઓ આ પ્રક્રિયા દ્વારા વૈજ્ઞાનિક ઢબે વિચારતા થાય તે વધુ મહત્ત્વની બાબત છે.

વિચારો – શું ગણિતનો દરેક પ્રશ્ન એ ગાણિતિક કોયડો કહી શકાય ? શા માટે ?

1.5.2 કોયડા ઉકેલની કાર્ય પ્રણાલીનું સ્વરૂપ (કોયડા અને કોયડા ઉકેલનું સ્વરૂપ)

વિદ્યાર્થીઓ માટે નવીન પરિસ્થિતિમાં ઊભા થયેલા કોયડા કે પ્રશ્નોને તેમણે પ્રાપ્ત કરેલ જ્ઞાનની મદદથી ઉકેલવાના હોય છે. શાળાશિક્ષણ દરમિયાન ગણિતના અભ્યાસમાં ઘણા બધા કોયડાઓ આવતાજ રહે છે. આ કોયડાઓ સંખ્યા જ્ઞાનને લગતા,શ્રેણી સંબંધી, આકૃતિઓ સંબંધી, બીજગણિત આધારિત કોયડા કે ભૂમિતિની રાઈડર્સ (પ્રમેય પ્રશ્નો) – એમ વિવિધ સ્વરૂપના હોઈ શકે. ગાણિતિક રમતો, તર્કસંગત પ્રશ્નો, તાર્કિક કોયડાઓ, ટેનગ્રામની પ્રવૃત્તિઓ, પઝલ્સ, જાદુઈ ચોરસ, સુડોકુ (વર્તમાનપત્રમાં આવતાં) કે પછી ક્રિપ્ટેરિધમ પ્રકારના કોયડાઓ પણ હોઈ શકે. વિવિધ સ્વરૂપના કોયડા ઉકેલ માટે વિવિધ પ્રકારે વિચારવું પડે. કોયડામાં રજૂ થયેલ વિગતોનો ગણિત સાથેનો સંબંધ સ્થાપિત કરી, વિવિધ તર્ક, અનુમાનો કરી સાચા તર્કથી કોયડાનો સાચો ઉકેલ લાવી શકાય છે. ઘણી વખત કોયડાઓમાં સીધે સીધો ગણિતના જ્ઞાનનો ઉપયોગ કરવાને બદલે સર્જનાત્મક રીતે નવી જ રીતે (Think beyond the line) વિચારવાનું હોય છે. શાળા વર્ગખંડ શિક્ષણમાં શિક્ષક વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ કોયડાઓ રજૂ કરે, કોયડા ઉકેલ માટે વિશ્લેષણ કરે, બાળકો સાથે ચર્ચા કરે, શૈક્ષણિક પ્રયુક્તિઓ વાપરે અને અંતે વિદ્યાર્થીઓ જાતે કોયડા ઉકેલનો આનંદ માણે છે. આ પ્રક્રિયામાં વિદ્યાર્થી માનસિક સ્તરે સતત વિચારતો થાય છે. તે ખૂબ જ મહત્ત્વની બાબત છે.યાદ રહે કે એકજ કોયડાનો ઉકેલ એક કરતાં વધુ રીતે પણ શક્ય છે તેવું શિક્ષકે દર્શાવવું જરૂરી છે.

1.5.3 કોયડા ઉકેલ માટેનાં સોપાનો

કોયડા ઉકેલ એ ધીરજપૂર્વક, વિચારીને, નિશ્ચિત તબક્કામાં પૂર્ણ થતી પ્રક્રિયા છે. કોયડા ઉકેલનાં સોપાનો નીચે મુજબ છે.

1. કોયડો સમજવો – આ સોપાનમાં કોયડા સ્વરૂપે આપેલ વ્યવહારુ દાખલાની રકમને વાંચી, અર્થગ્રહણ કરી કોયડાને સમજવામાં આવે છે. કોયડાની રકમ પરથી શું શું આપેલ છે (કઈ કઈ માહિતી આપેલ છે), તે નક્કી કરવામાં આવે છે.
2. કોયડાનું વિશ્લેષણ કરી સંબંધો તપાસવા – આ સોપાનમાં કોયડામાં આપેલ વિગતો અને શું શોધવાનું છે તે વચ્ચે કેવા પ્રકારનો સંબંધ ઊભો થયેલ છે, તે નક્કી કરવામાં આવે છે. આ સોપાન અંતર્ગત આપેલ માહિતી અને ઉકેલ વચ્ચેની તર્કસંગતતા પ્રસ્થાપિત કરવા માટે કયા કયા પૂર્વજ્ઞાનની જરૂરિયાત રહેશે તે પણ વિચારવું પડે છે.
3. કોયડા ઉકેલની રીત નક્કી કરવી – આ સોપાનમાં પૂર્વજ્ઞાન તથા જરૂરી ઉકેલ વચ્ચેની તર્કસંગતતા પૈકીની કઈ તર્કસંગતતા ઉકેલ તરફ દોરી જશે તે નક્કી કરવામાં આવે છે. કોયડા ઉકેલ માટે ગાણિતિક માળખું રચવામાં આવે છે.
4. કોયડાનો ઉકેલ મેળવવો – આ સોપાનમાં વિદ્યાર્થી નક્કી કરેલ રીત પ્રમાણે કોયડાનો ઉકેલ મેળવે છે.

5. કોયડા ઉકેલની ખાતરી કરવી, તાળો મેળવવો– કોયડાનો ઉકેલ મેળવ્યા બાદ વિદ્યાર્થી મેળવેલ જવાબના ખરાપણાની ચકાસણી કરે છે.

ઉદાહરણ – મહેશનું વજન રમેશ કરતાં બમણું છે. જો મહેશ અને રમેશના વજનનો સરવાળો 90 કિ.ગ્રા. હોય, તો રમેશનું વજન કેટલા કિ.ગ્રા. હશે ? આ કોયડાના ઉકેલને સોપાનો દ્વારા સમજીએ.

સોપાન			વિગતો
1.	શું આપેલ છે ?	(a) (b)	મહેશ અને રમેશના વજન વચ્ચેનો સંબંધ મહેશ અને રમેશના વજનનો સરવાળો
2.	શું શોધવાનું છે ?		રમેશનું વજન
3.	આપેલ માહિતી અને શોધવાની માહિતી માટે કયા કયા પૂર્વજ્ઞાનની જરૂરિયાત રહેશે ?	(a) (b)	અજ્ઞાત સંખ્યાનો ખ્યાલ સમીકરણની રચના
4.	ઉકેલ તરફ દોરી જતી તર્કસંગતતાઓ કઈ કઈ છે ?		રમેશ અને મહેશના વજન વચ્ચેનો સંબંધ અજ્ઞાત સંખ્યાની મદદથી પ્રસ્થાપિત કરવો. ધારો કે રમેશનું વજન = X કિ.ગ્રા. છે. મહેશનું વજન = $2X$ કિ.ગ્રા. બન્નેના વજનનો સરવાળો = $X + 2X$ થાય. બન્નેનું વજન 90 કિ.ગ્રા. આપેલ છે. $\therefore$ સમીકરણ $X + 2X = 90$ થાય.
5.	ઉકેલ મેળવવો		સમીકરણનો ઉકેલ શોધવામાં આવે છે. $X + 2X = 90$ $\therefore 3X = 90$ $\therefore X = 30$ કિ.ગ્રા.(બંને બાજુના પદોને 30 વડે ભાગતા) એટલે કે રમેશનું વજન 30 કિ.ગ્રા. થાય.
6.	તાળો મેળવવો	(a) (b)	મહેશનું વજન રમેશ કરતા બમણું એટલેકે 2x30=60 કિ.ગ્રા. બંનેના વજનનો સરવાળો = 30 + 60 = 90 કિ.ગ્રા.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

એક વર્તુળાકાર મેદાનનો વ્યાસ 98 મીટર છે. જો એક બાળક મેદાનની કિનારી પર 14 મીટર/સેકન્ડનીઝડપથી ચાલે છે. તો મેદાનની કિનારી પર એક ચક્કર મારવા તેને કેટલી મિનિટ ચાલવું પડે ? આ કોયડાનું પૃથક્કરણ કરો.

1.5.4 કોયડા ઉકેલનું મહત્ત્વ

વિદ્યાર્થીઓ તાર્કિક રીતે વિચારતા થાય અને તેમની સમક્ષ રજૂ થતી સમસ્યાઓને ઉકેલવાનું કૌશલ્ય પ્રાપ્ત કરે તે ગણિત શિક્ષણનો હેતુ છે. ગણિતમાં કોયડા ઉકેલતા ઉકેલતા વિદ્યાર્થીઓમાં કેટલીક વિશિષ્ટ શક્તિઓ અને ગુણોનો વિકાસ થતો જાય છે. કોયડા ઉકેલનું મહત્ત્વ દર્શાવતા મુદ્દા નીચે મુજબ છે.

- વિદ્યાર્થીઓને કોયડા ઉકેલ પદ્ધતિથી કોયડા સાચી રીતે, સરળતાથી ઉકેલવા માટેની દ્રષ્ટિ પ્રાપ્ત થાય છે. આ દ્રષ્ટિ તેને જીવનના કોયડા ઉકેલવામાં કામ લાગે છે.
- કોયડા ઉકેલ પદ્ધતિ દ્વારા વિદ્યાર્થી પૂરતો વિચાર કરીને કટોકટીમાં માર્ગ કાઢવા માટેની સૂઝ પ્રાપ્ત કરે છે.

- વિદ્યાર્થીઓમાં અપેક્ષિત અભ્યાસ ટેવો વિકસે છે. તેઓ સમસ્યાનું પૃથક્કરણ કરી, તેના પર યોગ્ય દિશામાં વિચારતાં, વ્યવસ્થિત રીતે માહિતી એકત્ર કરતાં અને છેવટે તાર્કિક રીતે મેળવેલ ઉકેલને ચકાસતાં શીખે છે.
- વિદ્યાર્થીમાં ધીરજ, આત્મવિશ્વાસ, સહકારની ભાવના જેવા ગુણો વિકસે છે.
- વિદ્યાર્થીમાં તાર્કિક વિચારણાની શક્તિ, અવલોકનશક્તિ, પૃથક્કરણશક્તિ, સામાન્યીકરણ કરવાની શક્તિ જેવી માનસિક શક્તિઓનો વિકાસ થાય છે.
- વિદ્યાર્થી પોતે પ્રાપ્ત કરેલ જ્ઞાનનો સમજપૂર્વક ઉપયોગ કરતાં શીખે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

એક વર્તુળાકાર મેદાનનો વ્યાસ 98 મીટર છે. એક બાળક મેદાનની કિનારી પર 14 મીટર/સેકન્ડની ઝડપથી ચાલે છે, તો મેદાનની કિનારી પર એક ચક્કર મારવા તેને કેટલી મિનિટ ચાલવું પડે ? આ કોયડાનું પૃથક્કરણ કરો.

1.5.5 વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલ કૌશલ્યનો વિકાસ

વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલ માટેનું કૌશલ્ય કેળવાય તે ખૂબ જ જરૂરી છે. વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલ શકિતનો વિકાસ કઈ રીતે થઈ શકે ? આ માટેની પાયારૂપ કેટલીક બાબતોની અહીં ચર્ચા કરીશું.

1. શિક્ષકની ભૂમિકા – વિદ્યાર્થીઓમાં પૃથક્કરણ કરવાની અને તર્કસંગત દલીલ કરવાની શક્તિના વિકાસ માટે શિક્ષકે માર્ગદર્શક બની વિદ્યાર્થીઓને પ્રેરણા પૂરી પાડવાની ભૂમિકા ભજવવાની હોય છે.

   ઘણી વખત અધિકાંશ શિક્ષકો કોયડાનો ઉકેલ અને ગણન સુધી ક્રિયાઓ જાતે જ કરતા હોય અને વિદ્યાર્થીઓ યંત્રવત્ સમજ્યા વિના લખી લેતાં હોય છે. આ રીત બરાબર નથી. શિક્ષકની ભૂમિકા માર્ગદર્શક તરીકેની છે. વિદ્યાર્થીઓ કોયડાનું પૃથક્કરણ તર્કબદ્ધ રીતે કરે તે માટે શિક્ષકે પ્રેરક બનવાનું છે. જરૂર જણાય ત્યાં વિદ્યાર્થીઓને માર્ગદર્શન આપવાનું છે. વિદ્યાર્થીઓના પક્ષે સક્રિયતા વધે તે પણ જોવાનું છે.
2. વિદ્યાર્થીઓની સક્રિયતા – કોયડા ઉકેલ માટે વર્ગના બધા જ વિદ્યાર્થીઓની સામેલગીરી અને સહભાગિતા અનિવાર્ય છે. કોયડા ઉકેલ માટે જરૂરી પૃથક્કરણ, પ્રશ્નો તથા તેના શક્ય ઉત્તરોમાં વિદ્યાર્થીઓની સહભાગિતા વધારી તેમને માનસિક રીતે સક્રિય બનાવવા જરૂરી છે. વિદ્યાર્થીઓ માનસિક સ્તરે સક્રિય વિચારણા કરે તે જરૂરી છે. માનસિક વિચારણા એ કોયડા ઉકેલનું પ્રાણતત્વ છે.
3. કોયડા ઉકેલ માટે પ્રત્યક્ષ અનુભવ – વિદ્યાર્થીઓને કોયડા ઉકેલ માટે મહાવરો આપવો આવશ્યક છે. આ મહાવરા દરમિયાન તેમના વ્યાવહારિક અનુભવ તથા પૂર્વજ્ઞાનનો યોગ્ય રીતે ઉપયોગ કરતા થાય તે માટે પ્રત્યક્ષ અનુભવો આવશ્યક છે. આવા જીવંત અનુભવો વગરનું કોયડા ઉકેલનું જ્ઞાન ટૂંકજીવી હોય, આથી કોયડા ઉકેલ માટે પ્રત્યક્ષ કે જીવંત અનુભવ દરેક વિદ્યાર્થીને મળે તે આવશ્યક છે.
4. કોયડાઓ રચવા – વિદ્યાર્થીઓ જ્યારે શિક્ષકે રજૂ કરેલ કે પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ સમસ્યાને હલ કરી દે છે ત્યારે શિક્ષકે આ સમસ્યામાં રહેલ તર્ક મુજબના નવા કોયડા કેવી રીતે રચાય તેનાં

ઉદાહરણો વિદ્યાર્થી સમક્ષ મૂકવાં જોઈએ. વિદ્યાર્થીઓ કોયડા રચે તેવા અનુભવો આપવા જોઈએ.

શિક્ષકે વિદ્યાર્થીઓને બે ભાગમાં વહેંચી એક ભાગના વિદ્યાર્થીઓ કોયડા રચી રજૂ કરે અને બીજું જૂથ મર્યાદિત સમયમાં તેનો ઉકેલ આપે તેવી રમત રમાડવાથી વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલનો ભ્રમ દૂર કરી શકાય અને વિદ્યાર્થીઓની સક્રિયતા પણ વધારી શકાય.

5. સર્જનાત્મક ચિંતન (Creative Thinking)–ક્યારેક કોઈ કોયડાના ઉકેલ માટે વિચારતાં એવું બને કે ગણિતના પ્રાપ્ત જ્ઞાનનો ઉપયોગ કરતાં, બધા વિકલ્પો અજમાવતાં કોયડો ઉકેલી શકાતો નથી. આવા સમયે બીબાઢાળ ચિંતનને બદલે અલગ રીતે વિચારીને સંબંધો તપાસવા જરૂરી છે. આ માટેનું ચિંતન સર્જનાત્મક ચિંતન કહેવાય.

ઉદાહરણ 1 : 10 ભિન્ન બિંદુઓને પાંચ રેખાખંડો વડે એવી રીતે જોડો કે જેથી પ્રત્યેક રેખાખંડ પર ચાર છેદબિંદુઓ મળે

ઉદાહરણ 2 :

1111 = 0	7777 = 0	9888 = 7	2172 = 0
2222 = 0	6666 = 4	8096 = 5	7662 = 2
2380 = 3	9999 = 4	6855 = 3	2851 = ?

આ ઉદાહરણમાં ઘણા પ્રયત્નો પછી પણ સામાન્યીકરણ થતું ન હોય ત્યારે વિદ્યાર્થીઓને 0 થી 9 અંકોમાં રહેલ (શૂન્ય) 0 આકાર ગણવાનું કહો, જેથી ઉકેલ મળી જશે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. કોયડા ઉકેલની શક્તિ વિકસાવવામાં શિક્ષકની ભૂમિકા શું છે ?
2. સર્જનાત્મક ચિંતનની તક રહેલ હોય તેવો એક કોયડો લખો. તેનો ઉકેલ પણ સૂચવો.
3. કોયડા ઉકેલની પ્રવૃત્તિથી વિદ્યાર્થીઓમાં કયા ગુણોનો વિકાસ કરી શકાય ?

1.5.6 વિવિધ પ્રકારના કોયડાઓ / કોયડાઓના વિવિધ પ્રકારો.

આપણે અહીં વિવિધ સ્વરૂપના કોયડાઓનાં ઉદાહરણ જોઈશું.

- પ્રાથમિક કક્ષાએ ગણિતના વિષયવસ્તુ સંબંધી કોયડાઓ– સરવાળા,બાદબાકી,ગુણાકાર, ભાગાકાર,ભૂમિતિ, માપન, બીજગણિતના એકમ સંબંધી કોયડાઓ, પ્રાથમિક કક્ષામાં આ કોયડાઓ વાર્તારૂપે કે રકમના વર્ણન સ્વરૂપે આપવામાં આવે છે. જ્યારે ઉચ્ચ પ્રાથમિક કક્ષામાં વિષયવસ્તુ આધારિત તેમજ વ્યવહારુ કોયડાઓ ઉકેલવાના હોય છે.

ઉદાહરણ –

1. શર્મિન એક ટેબલ રૂા. 1250 માં ખરીદે છે. 20 % નફો લઈ વેચવા માટે તે ટેબલની વેચાણ કિંમત કેટલી રાખવી જોઈએ ?
2. માતાની હાલની ઉંમર, પુત્રીની હાલની ઉંમર કરતાં ત્રણ ગણી છે. 5 વર્ષ અગાઉ માતાની ઉંમર પુત્રીની ઉંમર કરતાં ચાર ગણી હતી, તો માતા અને પુત્રીની હાલની ઉંમર શોધો.

- **તર્ક આધારિત કોયડાઓ–**

(A) લુપ્ત અંક શોધો.

(1)
$$\begin{array}{r} 2\ 4\ 5 \\ +\ 1\ ?\ ? \\ \hline ?\ 0\ 6 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 5\ \square\ \square \\ \times\ 7 \\ \hline 3\ \square\ 3\ 3 \end{array}$$

(3)
$$\begin{array}{r} 4\ 8\ * \\ -\ *\ *\ 6 \\ \hline 2\ 8\ 4 \end{array}$$

(B) શ્રેણી આધારિત કોયડાઓ –

(1) 1, 3, 5, 7, 9, ?, ?

(2) 25, 20, 15, ?, ?

(3) 2, 5, 8, 11, ? ?

(C) જાદુઈ ચોરસ આધારિત કોયડાઓ –

(1)

7	2	9
?	?	?
?	10	5

(2)

5	10	3
?	6	?
?	?	?

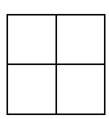
(3)

4	?	?	16
15	6	10	3
?	?	?	?
1	12	?	13

ઉપરોક્ત ચોરસ ખાનાંમાં ? ના સ્થાને એવી સંખ્યા મૂકો જેથી ચોરસના ઊભા, આડા અને ત્રાંસા સરવાળા એક સમાન મળે.

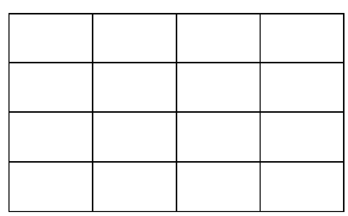
(D) આકૃતિઓ આધારિત સમસ્યાઓ, કોયડાઓ –

(1)



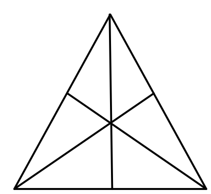
કેટલા ચોરસ છે?

(2)



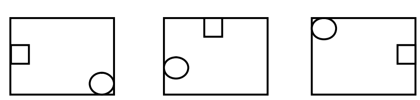
કેટલા લંબચોરસ છે ?

(3)



કેટલા ત્રિકોણ છે ?

(4)

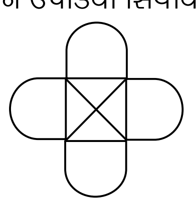


?

પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નની જગ્યાએ કેવી આકૃતિ આવશે ?

(E) સર્જનાત્મક ચિંતન આધારિત કોયડા – આ પ્રકારના કોયડાનાં બે ઉદાહરણ આ જ પ્રકરણમાં અગાઉ આપેલ છે. અન્ય ઉદાહરણ નીચે મુજબ છે.

1. પેન ઉપાડયા સિવાય નીચેની આકૃતિ દોરો.



2. પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નની જગ્યાએ નીચે શું આવે ?

0	1	10	11	100	101	110	111	?

2	3	22	23	32	33	222	223	?

(F) અન્ય કોયડાઓ

1. એક રૂપિયાના 100 સિક્કા છે. આ સિક્કાઓને 7 થેલીમાં એવી રીતે પેક કરો જેથી 1 થી 100 પૈકીની કોઈ પણ રકમ માટે માત્ર થેલી જ આપવાની રહે. દરેક થેલીમાં કેટ–કેટલા સિક્કા મૂકશો

2. નવ દિવાસળીની મદદથી પાંચ ત્રિકોણ બનાવો.

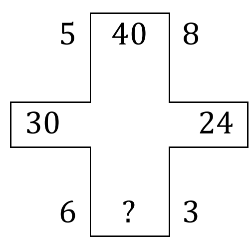
3. 0 થી 9 સુધીના અંકોનો ઉપયોગ કરી નીચેનો કોયડો ઉકેલો.

1	2	3
4	5	6
27	38	?

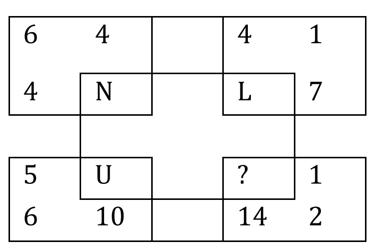
4. પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નની ની જગ્યાએ કઈ સંખ્યા લખશો ?

5			
32	?	44	7
6			

5. પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નની ની જગ્યાએ કઈ સંખ્યા લખશો ?



6. પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નની જગ્યાએ કયો અંગ્રેજી મૂળાક્ષર આવશે?



1.6 સાંખ્યિક ગોઠવણી

સંખ્યાઓને નિશ્ચિત ક્રમબદ્ધથી અનુસરીને સામાન્યીકરણના આધારે થતી સંખ્યાઓની ગોઠવણીને સાંખ્યિક ગોઠવણી કહે છે.

આ સંખ્યાઓમાં ક્રમ કયા આધાર પર નિર્ધારિત થઈ રહ્યો છે તે મુખ્ય બાબત હોય છે.

જેમાં સંખ્યાઓ ક્રમિક રૂપથી વધતી અથવા ઘટતી જાય તો આગળનું પદ એક નિશ્ચિત સંખ્યાને ઉમેરવાથી, ગુણવાથી, ભાગવાથી, બાદ કરવાથી અથવા અન્ય ચોક્કસ રીતે મળતી સંખ્યાઓની ગોઠવણીથી થાય છે.

ગાણિતિક તર્ક દ્વારા પ્રશ્નાર્થ ચિહ્નના સ્થાને કઈ સંખ્યા આવશે તે અંગે જાણકારી મળે છે. આવી સંખ્યા શ્રેણીમાં દર વખતે દર્શાવેલ તર્ક પ્રમાણે આગળ વધવાનો પ્રયાસ કરો તો ઘણો સમય જાય. આ માટે કેટલીક સૂત્રાત્મક પદ્ધતિઓ અસ્તિત્વ ધરાવે છે. આ બાબતને નીચેના ઉદાહરણ દ્વારા સમજીએ

ઉદાહરણ – સાંખ્યિક ગોઠવણી 1, 3, 5, 7, 9.....?

તર્ક સંગત વિસ્તૃત સ્વરૂપ

પહેલી સંખ્યા = 1 = 2 x 1 – 1 = 2 – 1 = 1

બીજી સંખ્યા = 3 = 2 x 2 - 1 = 4 – 1 = 3

ત્રીજી સંખ્યા = 5 = 2 x 3 – 1 = 6 – 1 = 5

ચોથી સંખ્યા = 7 = 2 x 4 – 1 = 8 – 1 = 7

પાંચમી સંખ્યા = 9 = 2 x 5 – 1 = 10 – 1 = 9

અહીં ઉદાહરણમાં દરેક સંખ્યામાં 2 સામાન્ય છે. જ્યારે ગુણક તરીકે ક્રમિક સંખ્યા 1, 2, 3... છે. જેને n વડે દર્શાવવામાં આવે છે.

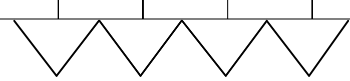
જો ક્રમિક સંખ્યાને પહેલી, બીજી, ત્રીજી ...... n મી કહીએ અને તેનો અનુસંધાને મળતી સંખ્યાને t_1, t_2, t_3......કહીએ તો છઠ્ઠી સંખ્યા $t_n = t_6$ બનશે.

$\therefore t_6 = 2 \times 6 - 1 = 12 - 1 = 11$ થાય.

આમ સામાન્યીકરણ કરતાં $T_n = 2n - 1$ મળે જેના ઉપયોગ દ્વારા ઇચ્છિત ક્રમમાં બનતી સંખ્યા નક્કી કરી શકાય.

ઉપરોક્ત સૂત્રને બીજગણિતની ગાણિતિક પ્રક્રિયાના સંદર્ભમાં સમજીએ. સંખ્યા ક્રમ 1, 2, 3...ને x તરીકે તથા મૂળ સંખ્યાઓને y તરીકે લઈએ તો સારણી નીચે પ્રમાણે બનશેઃ

x	1	2	3	4	5	6
y	1	3	5	7	9	?



(a) (b) (c) (d)

(a) 1 અને 3 વચ્ચેનો તફાવત (b) 3 અને 5 વચ્ચેનો તફાવત

(c) 5 અને 7 વચ્ચેનો તફાવત (d) 7 અને 9 વચ્ચેનો તફાવત

ટેબલમાં x ની કિંમત સાથે y ની કિંમત કેવી રીતે કયા (સિદ્ધાંત) નિયમ પ્રમાણે વધે છે તે જાણીએ.

$x = 1$ મૂકતાં $y = 1$ ક્યારે મળે ?

y ને 2 આધારિત ગુણિત કરી તેમાંથી 1 બાદ કરીએ તો

$y = 2x - 1$ બને છે.

તે અનુમાનથી આ નિયમ બનાવ્યો છે.

તેથી $y = 2x - 1$

જ્યા રે

$x = 1 \therefore y = 2 \times 1 - 1 = 2 - 1 = 1$

$x = 2 \therefore y = 2 \times 2 - 1 = 4 - 1 = 3$

$x = 3 \therefore y = 2 \times 3 - 1 = 6 - 1 = 5$

$x = 4 \therefore y = 2 \times 4 - 1 = 8 - 1 = 7$

$x = 5 \therefore y = 2 \times 5 - 1 = 10 - 1 = 9$

તેવી જ રીતે

$x = 6 \therefore y = 2 \times 6 - 1 = 11$ મળે છે.

આમ, સામાન્યીકરણ કરવામાં બીજગણિતનો ઉપયોગ કરી શ્રેણી બને છે તેનો ખ્યાલ મળે છે.

સામાન્ય રીતે રોજ બરોજ સંપર્કમાં આવતી શ્રેણીઓ આપણે જોઈએ છીએ.....

જેવી કે 1, 4, 9, 16......n^2 પરથી કહી શકાય છે.

તેવી જ રીતે

2, 5, 10, 17........$(n^2 + 1)$

આગળ 1, 4, 27, 256........n^n

આમ, શ્રેણી બે અથવા વધારે તત્વો અને આપેલ શરૂઆતી પદના અનુગામીના સંબંધ સ્વરૂપે વ્યાખ્યાયિત કરી શકાય છે.

ફિબોનાકી સંખ્યાઓ –

એક ખૂબ જ જાણીતી સાંખ્યિક શ્રેણી છે. ફિબોનાકી સંખ્યાઓ અનુક્રમ સંખ્યાઓની એક પુનરાવર્તી શ્રેણી છે, જેમાં અનુવર્તી સંખ્યા પોતાનાથી પૂર્વાતીત બે સંખ્યાઓના યોગફળની બરાબર હોય છે. આ ક્રમ પ્રમાણે 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8....ફિબોનાકી સંખ્યાઓ છે.

ફિબોનાકી સંખ્યાઓ કુદરતી સ્વરૂપમાં જોવા મળે છે.પાઈનેપલના શંકુ સર્પિલાકારોની સંખ્યામાં તથા સૂરજમુખીનાં બીજમા ફિબોનાકી સંખ્યાનો પ્રયોગ થતો જોવા મળે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

સાંખ્યિક ગોઠવણીના આધારે (?) ની જગ્યાએ કઈ સંખ્યા મૂકશો ?

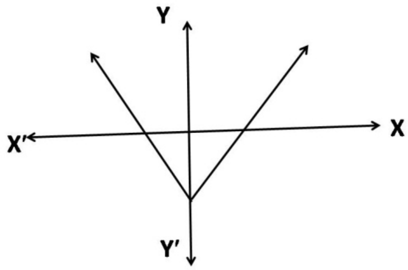
(1) 1, 8, 27, 64, ?

(2) 2, 5, 8, 11, ?

(3) 1, 5, 3, 3, 5, 1, 7, -1, 9 ?

1.7 કાર્યકારી સંબંધ (Functional Relation)

કાર્યકારી સંબંધ એટલે બે રાશિનો એક બીજી પર આધારિત સંબંધ, જેમાંથી કોઈ એકની કિંમત વધ–ઘટ થાય તો તેના પર આધારિત બીજાની કિંમતમાં પણ ફેરફાર થાય છે.આ બાબત આપણે ગ્રાફ દ્વારા સમજીએ.



ગ્રાફમાં કાર્યકારી સંબંધ સ્પષ્ટપણે જોઈ શકાય છે. જેમ x ની કિંમતમાં જેમ જેમ (વધતો કે ઘટતો) ફેરફાર થાય તેમ y ની કિંમતમાં પણ તેવા જ ફેરફાર જોવા મળે છે.

1.8 સમીકરણ

સમતા દર્શાવતા ગાણિતિક વિધાનના સાંકેતિક સ્વરૂપને સમીકરણ કહેવાય.

સમતાના ગુણધર્મો – (સમીકરણના સંદર્ભે)

પૂર્ણાંક સંખ્યાઓ a, b અને c માટે (a, b, c, ∈R)

(1) a = b તો b = a (બાજુઓ બદલવાથી સમતા જળવાય છે)

(2) a = b તો a + c = b + c (બન્ને બાજુ એક જ સંખ્યા ઉમેરવાથી સમતા જળવાય છે.)

(3) a = b તો a - c = b – c (બન્ને બાજુ એક જ સંખ્યા બાદ કરવાથી સમતા જળવાય છે.)

(4) a = b તો ac = bc (બન્ને બાજુ એક જ સંખ્યા વડે ગુણવાથી સમતા જળવાય છે.)

(5) a = b તો $\frac{a}{c} = \frac{b}{c}$ (બન્ને બાજુ એક જ સંખ્યા વડે ભાગવાથી સમતા જળવાય છે.) c # 0

ટૂંકમાં, બન્ને બાજુએ સંતુલિત એવી કોઈ વૈજ્ઞાનિક તુલા(ત્રાજવા) વિશે વિચારો, પછી બન્ને બાજુએ સરખું વજન ઉમેરતાં કે ઘટાડતાં આ તુલા સંતુલનમાં જ રહે છે.

1.8.1 સમીકરણોનો ઉકેલ (સમજૂતી)

ઉદાહરણ સાથે સમીકરણના ઉકેલને સમજીએ

ઉ.દા. કોઈ એક સંખ્યામાં 3 ઉમેરતાં 5 મળે છે.

સમજૂતી – અહીં કોઈ એક સંખ્યા એટલે આપણે જાણતા નથી માટે તેને આપણે x કહીએ (ધારીએ).

આગળ તેમાં 3 ઉમેરતાં એટલે x+ 3 થાય અને તેનો જવાબ 5 મળે છે.

એટલે $x + 3 = 5$ સમીકરણ બનશે.

ઉકેલ માટે જોઈએ

અહીં $x + 3 = 5$ સમીકરણ છે.

$\therefore x + 3 + (-3) = 5 + (-3)$ (બન્ને બાજુ 3 નો વિરોધી ઉમેરીએ તો)

$\therefore x + 0 = 2$ ($\therefore$ 0 એ સરવાળો તટસ્થ ઘટક છે.)

$\therefore x = 2$

આમ, xની કિંમત 2 મળે છે.

સમીકરણના ઉકેલ વખતે સમતા અને તેના નિયમોનો ક્રમશઃ પદ્ધતિસરનો ઉપયોગ કરવો જરૂરી છે. પ્રારંભિક તબક્કે વિદ્યાર્થી તમામ પગથિયાં ક્રમશઃ ઉપયોગમાં લે તથા સમતાના કયા નિયમનો ઉપયોગ કર્યો છે તેની નોંધ પણ અવશ્ય લખે. તેનો આગ્રહ રાખીએ.

1.9 ચલ

અજ્ઞાત રાશિના નિર્દેશ માટે વપરાતો સંકેત એટલે ચલ. (જેની કિંમત ચલિત છે, અનિશ્ચિત છે.) ચલની કિંમત અજ્ઞાત હોય છે.સામાન્ય રીતે ચલને દર્શાવવા (સંકેતોમાં) અંગ્રેજી દ્વિતીય મૂળાક્ષરોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. (સામાન્યતઃ a, b, c, d કે x, y, zનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.)બીજગણિત ચલ સંખ્યા પર આધારિત છે.

1.10 સુરેખ સમીકરણ

સમીકરણની સમજૂતી આગળ આપણે શીખી ગયા છીએ. સુરેખ સમીકરણના બે પ્રકાર છે.

1. એક ચલ સુરેખ સમીકરણ અને
2. દ્વિ(બે) ચલ સુરેખ સમીકરણ

1.10.1 સમીકરણનો ઉકેલ

સમીકરણમાં અજ્ઞાત સ્થાને કિંમત મૂકવાથી સમીકરણની બન્ને બાજુનાં પરિણામ સમાન થાય તે કિંમતને આપણે સમીકરણનો ઉકેલ કહીએ છીએ. તેને સમીકરણનું બીજ પણ કહેવાય.

આગળ સમીકરણ ઉદાહરણ સાથે ઉકેલ સમજૂતી મેળવેલ છે. તે મુજબ.

કોયડા ઉકેલ એટલે શું ? અને બીજગણિતિક ચિંતન પર આધારિત તેનો ઉકેલ –

વિદ્યાર્થીઓને પડકારરૂપ હોય તેવા ગાણિતિક દાખલા, પ્રશ્ન કે સમસ્યાને કોયડો કહે છે.

કોયડા ઉકેલવા માટે સામાન્ય રીતે જે શોધવાનું છે, તેને અજ્ઞાત (ચલ) ધારીને સમીકરણ બનાવવામાં આવે છે. અને પછી સમીકરણનો ઉકેલ મેળવાય છે.

ઉકેલ-

હવે આપણે ઉદાહરણ સાથે જોઈએ.

ઉદાહરણઃ બે મિત્રો વચ્ચે 39 લખોટી એવી રીતે વહેંચો કે જેથી પહેલા મિત્રને બીજા મિત્ર કરતાં બમણી લખોટી મળે.

ઉકેલ –

ધારો કે, બીજા મિત્રને x લખોટી મળે છે.

$\therefore$ પહેલા મિત્રને બીજા કરતાં બમણી લખોટી મળે છે.

$\therefore$ એટલે કે પહેલા મિત્રને 2 x લખોટી મળે છે.

લખોટીની કુલ સંખ્યા 39 છે.

$\therefore$ બન્નેને સાથે જોડતાં x+ 2 x= 39 સમીકરણ બને.

$x + 2x = 39$

$\therefore\ 3x = 39$

$\therefore 3 \times \frac{1}{3} \times x = 39 \times \frac{1}{3}$ (3ના વ્યસ્તથી બન્ને બાજુ ગુણોતો)

$\therefore x = 13$

બીજા મિત્ર માટે x લખોટી ધારેલ છે.

$\therefore$ બીજા મિત્રને 13 લખોટી મળે, અને પહેલા મિત્રને મળતી લખોટીની સંખ્યા 2 x= 2 x 13= 26

1.11 ઉપસંહાર

પ્રશિક્ષણાર્થી મિત્રો, પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં ગાણિતિક તર્ક વિકાસની પ્રક્રિયાથી વાકેફ થયા છો. આપના શૈક્ષણિક કાર્ય અંતર્ગત વિદ્યાર્થીઓમાં ગાણિતિક તર્ક વિકાસ કરી શકશો. વિવિધ ભૌમિતિક

સંકલ્પનાઓ, ચલ, ચલો વચ્ચેના કાર્યકારી સંબંધ, સુરેખ સમીકરણની રચના, સમીકરણનો ઉકેલ, કોયડા ઉકેલની સંકલ્પના, સ્વરૂપ સોપાનો વિશે વિસ્તૃત અભ્યાસ કર્યો છે. તર્ક આધારિત વિવિધ કોયડાઓના ઉકેલની રીત સમજ્યા છીએ. તમે શીખેલ આ બાબતો અધ્યયન - અધ્યાપનમાં ઉપયોગી થશે.

મહાવરો–1

1. $50 \times 75 + 50 \times 25$ નો જવાબ માત્ર 10 સેકન્ડમાં મેળવશો.
2. જો એક વ્યકિતની ટિકિટના 55 રૂા. તો 55 વ્યકિતની કુલ ટિકિટના કેટલા રૂા. થાય ?
3. $(2^3)^2$ અને 2^3 નો ભેદ સ્પષ્ટ કરો.
4. $(\sqrt[4]{81})^3$ = ?
5. પા એટલે $\frac{1}{4}$,અડધું એટલે $\frac{2}{4}$ અથવા $\frac{1}{2}$; તો સવા = કેટલા ચતુર્થાંશ ?
6. 750 મિ.લી. અને 1 લિ.નો ગુણોત્તર કેટલો ?
7. $\sqrt[3]{5^2 \times 5^4}$= ______
8. શું સાચું છે ?

   (a) $12 \div 2 + 4 \times 3 = 6$ (b) $12 \times 3 + 4 \div 2 = 42$

   (c) $12 \div 3 + 4 \times 2 = 12$ (d) $12 \times 4 \div 2 + 3 = 25$

❖ સાચો વિકલ્પ શોધો.

1. કોનો વર્ગ 0.16 થાય.

   (a) 0.4 (b) 0.04 (c) 0.004 (d) 4
2. એક સંખ્યાનો $\frac{4}{5}$ ભાગ 64 થાય તો તે સંખ્યાનું અડધું કેટલું ?

   (a) 42 (b) 40 (c) 80 (d) 16
3. 10મીટર – 10 સે.મી. = કેટલામીટર

   (a) 99 (b) 9.90 (c) 0.99 (d) 990
4. $666666 \div 66$ = ?

   (a) 10110 (b) 10101 (c) 10011 (d) 11001
5. $63 \times 67 = 1381$ તો 6.3×0.37 = ______

   (a) 133.1 (b) 13.31 (c) 1.331 (d) 0.1331
6. $2\frac{3}{4}$ની વ્યસ્ત સંખ્યા કઈ?

   (a) $2\frac{4}{3}$ (b) $3\frac{2}{4}$ (c) $\frac{11}{4}$ (d) $\frac{4}{11}$
7. $\frac{(7.5)^2 - (2.5)^2}{7.5 - 2.5}$=

   (a) 1 (b) 10 (c) 100 (d) 5
8. બે ક્રમિક સંખ્યાનો લ.સા.અ. કેટલો ?

   (a) નાની સંખ્યા જેટલો (b) મોટી સંખ્યા જેટલો (c) બન્નેના ગુણાકાર જેટલો (d) 1

મહાવરો – 2

❖ સાચા જવાબનાં ક્રમ ફરતે O કરો.

1. કઈ સંખ્યામાંથી 8 બાદ કરી, પછી 8 વડે ગુણતાં 8 મળે.
   (a) 10 (b) 8 (c) 11 (d) 9
2. * ના સ્થાને શું મૂકતાં 3વડે ભાગી શકાય ? 47 * *56 3 * 2
   (a) 1 (b) 2 (c) 3 (d) 4
3. 16 → 62, 34 → 44, 62 → 27, 29 → ?
   (a) 91 (b) 92 (c) 93 (d) 30
4. $1\frac{1}{6}$......... $\frac{6}{7}$ = 1
   (a) + (b) ÷ (c) x (d) –
5. ટીમ ,20 માંથી હાર્યા કરતાં 4મેચ વધુ જીત્યા તો કેટલી મેચ જીત્યા?
   (a) 10 (b) 12 (c) 8 (d) 16

❖ સૂચવ્યા મુજબ ઉત્તર આપો.

1. 5 x 5ના ચોરસનાં 25 ખાનાંમાં 15 ફૂલ એવી રીતે ગોઠવો કે જેથી આડી અને ઊભી હારમાં 3 – 3 ફૂલ આવે.
2. 1 થી 8 અંકોનો ઉપયોગ એક જ વાર કરી 4 – 4 અંકની બે સંખ્યા બનાવો, જેમાં પહેલી કરતાં બીજી રકમ બમણી હોય.

   ઉદાહરણ

   1 7 2 8
   3 4 5 6
3. કેલ્ક્યુલેટર વિના માત્ર 10 સેકન્ડમાં જવાબ આપી શકશો ?
   (125 x 100) + (125 x 75) + (125 x 25) = ?
4. માત્ર બે નવડાનો ઉપયોગ કરી મોટામાં મોટી સંખ્યા બનાવો.
5. $xy + yx = 242$ તોx= ? y = ?

❖ છેલ્લે કઈ સંખ્યા આવશે ?

1. 1, 2, 4, 7, 11 ?
2. 2, 5, 8, 11, 14 ?
3. 2, 2, 3, 6, 15, ?
4. 2, 5, 11, 23, 47, ?
5. 1, 2, 6, 15, 31, ?
6. 1, 2, 10, 37, 101, ?
7. 7200, 3600, 1200, 300, 60 ?

મહાવરાને ગણવાનું કહેવાને બદલે તેમાં વપરાતો તર્ક, પગથિયાંની તથા થયેલ સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા સ્પષ્ટ કરવાનું કહેવું વધુ ઉચિત ગણાશે.

સ્વાધ્યાય

પ્રશ્નોના ટૂંકમાં ઉત્તર આપો.

1. કોયડો એટલે શું ?
2. ગાણિતિક પ્રશ્નનું ઉદાહરણ લખો.
3. કોયડા ઉકેલનાં સોપાનો લખો.
4. સાંખ્યિક ગોઠવણી એટલે શું ?
5. કાર્યકારી સંબંધ એટલે શું ?
6. ચલ એટલે શું ?
7. સમીકરણ એટલેશું ?
8 ગાણિતિક કોયડા કોને કહેવાય ?
9. ફિબોનાકી સંખ્યા એટલે શું ?
10. ફિબોનાકી સંખ્યા પ્રકૃત્તિમાં કયાં કયાં જોવા મળે છે ?

સવિસ્તર ઉત્તર આપો

1. સામાન્યીકરણની ક્રિયા દ્વારા ચતુષ્કોણના ચારે ખૂણાના માપનો સરવાળો 360^0 થાય છે, તે સમજાવો.
2. તર્કસંગત રજૂઆત માટે ભૂમિતિનું શિક્ષણ કઈ રીતે ઉપયોગી છે ?
3. ઉદાહરણ સહ કોયડા ઉકેલની પ્રક્રિયા સમજાવો.
4. વિદ્યાર્થીઓમાં કોયડા ઉકેલની શકિત વિકસાવવા શિક્ષક તરીકે તમે કઈ બાબતો ધ્યાનમાં રાખશો?
5. સાંખ્યિક ગોઠવણી ઉદાહરણ આપી સમજાવો.
6. સાંખ્યિક ગોઠવણીમાં બીજ ગાણિતિક સિદ્ધાંતો કેવી રીતે ઉપયોગી બને તે સમજાવો.
7. ધોરણ– 6 થી 8 ના ગણિતનાં પાઠ્યપુસ્તકમાંથી કોયડા ઉકેલ પદ્ધતિથી શીખવી શકાય તેવા 10 પ્રશ્નો શોધી તેમના ઉકેલ મેળવો.
8. ધોરણ– 6 થી 8 ના ગણિતનાં પાઠ્યપુસ્તકમાંથી સામાન્યીકરણની પ્રક્રિયા દ્વારા તારવી શકાય તેવા એકમોની યાદી બનાવો.
9. સાદા સમીકરણ એકમ શીખવવા માટે કઈ શિક્ષણ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરશો? સોપાન સહ વિસ્તૃત વર્ણવો.
10. ચતુષ્ટકોણની સમજ વિકસાવવા માટે કઈ કઈ શિક્ષણ પદ્ધતિઓ ઉપયોગી બનશે? શા માટે ?

ટૂંકનોંધ લખો

1. સાબિતીના પ્રકાર
2. કોયડા ઉકેલનું મહત્ત્વ
3. તર્ક આધારિત કોયડાઓ

પ્રકરણ –2

વ્યવહારુ અંકગણિત અને માહિતીનું ઉપયોજન

2.1 પ્રસ્તાવના

2.2 ઉદ્દેશો

2.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિ

2.4 માહિતી

2.4.1 માહિતીનું એકત્રીકરણ

2.4.2 માહિતીનું વર્ગીકરણ

2.4.3 એકત્રિત માહિતીની રજૂઆત

2.5 મધ્ય કિંમત

2.6 પ્રાથમિક અંકશાસ્ત્રીય પદ્ધતિઓ

2.7 અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યક **(Mean)**

2.8 અવર્ગીકૃત માહિતીનો મધ્યસ્થ **(Median)**

2.9 અવર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલક **(Mode)**

2.10 મધ્યવર્તી સ્થિતિનાં માપોનો ઉપયોગ

2.11 સાદા આલેખનો ઉપયોગ

2.12 સમય પત્રક

2.13 રાશિઓની તુલના : ટકા (**Percentage)**

2.14 વ્યાજ

2.15 નફો–ખોટ **(Profit-Loss)**

2.16 ગુણોત્તર અને પ્રમાણ (**Ratio & Preportion)**

પ્રકરણ –2

વ્યવહારુ અંકગણિત અને માહિતીનું ઉપયોજન

2.1 પ્રસ્તાવના

આપણા રોજિંદા વ્યવહારમાં આપણે વસતિ ગણતરીના આંકડા, શાળાના વિદ્યાર્થીઓએ વિવિધ વિષયની કસોટીઓમાં મેળવેલ પ્રાપ્તાંકો, બજારમાં ઉપલબ્ધ વિવિધ વસ્તુઓની કિંમતો જેવી આંકડાકીય માહિતીના સંપર્કમાં અવાર–નવાર આવતા હોઈએ છીએ. આધુનિક યુગમાં થયેલી ઝડપી પ્રગતિના પરિણામે પુષ્કળ પ્રમાણમાં માહિતી ઉપલબ્ધ થવા લાગી છે. આ માહિતીનું યોગ્ય પૃથક્કરણ કરી તેને વ્યવહારમાં ઉપયોગી બને તેવા સરળ સ્વરૂપે રજૂ કરવી આવશ્યક છે.

પ્રસ્તુત એકમમાં શિક્ષણ, સંશોધન તેમ જ વ્યવહારમાં ઉપલબ્ધ એવી કેટલીક પ્રચલિત અંકશાસ્ત્રીય માહિતીને તેનું ઉપયોગિતા મૂલ્ય વધે તે માટે, વ્યવસ્થિત અને સંક્ષિપ્ત રૂપમાં ગોઠવવાની કેટલીક રીતોની સમજ આપવામાં આવી છે.

2.2 ઉદ્દેશો

પ્રશિક્ષણાર્થી

1. ગણિત વિષયની વ્યાવહારિક ઉપયોગિતા સમજે
2. ગણતરી કરવાનું કૌશલ્ય કેળવે
3. ગાણિતિક તર્કની વિવિધ રીતો અંગે દૃષ્ટિ કેળવે
4. સમસ્યાઉકેલ કૌશલ્ય પ્રાપ્ત કરે

2.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ

પ્રશિક્ષણાર્થી...

1. ગણિત વિષયની વ્યાવહારિક ઉપયોગિતા સમજશે
2. ગણતરી કરવાનું કૌશલ્ય કેળવશે
3. ગાણિતિક તર્કની વિવિધ રીતો અંગે દૃષ્ટિ કેળવશે
4. સમસ્યાઉકેલ કૌશલ્ય પ્રાપ્ત કરશે

2.4 માહિતી

2.4.1 માહિતીનું એકત્રીકરણઃ

માહિતી એકત્રિત કરવા માટે આપણે નીચે મુજબની પ્રવૃત્તિ કરીશું.

પ્રવૃત્તિ 1.આપણે આપણા વર્ગના વિદ્યાર્થીઓને પાંચ અલગ જૂથમાં વહેંચીશું. દરેક જૂથને નીચેનામાંથી કોઈ એક કામ માટે માહિતી એકત્ર કરવાનું સોંપીશું.

1. આપણા વર્ગના 50 વિદ્યાર્થીઓના મનપસંદ વિષયની જાણકારી
2. આપણા વર્ગના 50 વિદ્યાર્થીઓનું વજન
3. આપણી શાળા અથવા આસપાસના વિસ્તારના 10 છોડની ઊંચાઈ
4. કોઈ એક સોસાયટીની વ્યક્તિઓનાં ચૂંટણીકાર્ડ પરથી એકત્ર કરેલ માહિતી
5. કોલેજની ઓફિસમાં નોંધાયેલ માહિતીમાંથી ભૂતપૂર્વ વિદ્યાર્થીઓ વિશેની માહિતી

હવે આપણે વિદ્યાર્થીઓએ એકત્રિત કરેલ પરિણામ જોઈશું.

દરેક જૂથે માહિતી કેવી રીતે મેળવી?

1. શું તેઓએ આ માહિતી જાતે તપાસ કરીને મેળવી છે?
2. શું તેઓએ અન્યત્ર નોંધાયેલ માહિતીનો ઉપયોગ કર્યો છે ?

પ્રવૃત્તિ (1) થી (3) માટે જૂથના વિદ્યાર્થીઓએ જાતે માહિતી મેળવી છે. આવી માહિતીને પ્રાથમિક માહિતી (Primary Data) કહે છે.

પ્રવૃત્તિ (4) થી (5) માટે જૂથના વિદ્યાર્થીઓએ અન્ય સ્રોત દ્વારા ઉપલબ્ધ માહિતીનો ઉપયોગ કર્યો છે. આવી રીતે મેળવેલ માહિતીને ગૌણ માહિતી (Secondary Data) કહે છે. ગૌણ માહિતીના સ્રોત વિશ્વાસપાત્ર છે કે નહીં તે તપાસવું જરૂરી છે.

જો આપેલ અવલોકનો આંકડામાં લેવામાં આવેલ હોય તો તેને આંકડાકીય માહિતી(Quantitative Data) કહે છે. અને જો તે વર્ણનાત્મક સ્વરૂપમાં મેળવવામાં આવી હોય તો તે માહિતીને વર્ણનાત્મક માહિતી(Qualitative Data) કે ગુણાત્મક માહિતી (Discriptive Data) કહે છે. દા. ત. 10 વિદ્યાર્થીઓનાં વજન અને ઊંચાઈ એ આંકડાકીય માહિતી છે,જ્યારે વ્યક્તિની લાક્ષણિકતા વર્ણવતી માહિતીને વર્ણનાત્મક કે ગુણાત્મક માહિતી કહે છે.

2.4.2 માહિતીનું વર્ગીકરણ

માહિતી એકત્ર કરતી વખતે અવલોકનો જે ક્રમમાં અને જે સ્વરૂપમાં મળ્યાં હોય તે પ્રમાણે નોંધવામાં આવે તેને કાચી માહિતી (Raw Data) અથવા અવર્ગીકૃત માહિતી (Ungrouped Data) કહે છે. વર્ગીકરણ દ્વારા આવી માહિતીને વ્યવસ્થિત ગોઠવવામાં આવે છે. એકત્રિત કરેલી માહિતીને તેમાંનાં ઘટકોમાં હાજર રહેલાં સમાન લક્ષણો કે ગુણધર્મોને આધારે અમુક વર્ગોમાં ગોઠવવાની પ્રક્રિયાને વર્ગીકરણ કહે છે. વર્ગીકરણ થયું હોય એવી માહિતીને વર્ગીકૃત માહિતી (Grouped Data) કહેછે.

2.4.3 એકત્રિત માહિતીની રજૂઆત

એકત્રિત માહિતીની યોગ્ય રીતે રજૂઆત કરવામાં આવે તો જ એ માહિતી અર્થસભર બને છે.

- આવૃત્તિ વિતરણ (Frequency Distribution)-

વિશાળ આંકડાકીય માહિતીની રજૂઆતમાં આવૃત્તિ વિતરણ વધુ ઉપયોગી છે.

આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરવાનાં પગથિયાંથી તમે પરિચિત છો જ. આવૃત્તિ વિતરણમાં વર્ગ લંબાઈ, વર્ગોની સંખ્યા તથા પ્રત્યેક વર્ગમાં આવતા પ્રાપ્તાંકને વર્ગ સામે કઈ રીતે નોંધવા તેનાથી પણ તમે પરિચિત છો જ.

ઉદાહરણ 1

ડી.એલ.એડ.ના 50 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિત વિષયની પરીક્ષામાં પ્રાપ્ત કરેલ પ્રાપ્તાંકો અહીં આપ્યા છે. તેને આધારે સૌથી નીચેનો વર્ગ 20–25 અને સૌથી ઉપરનો વર્ગ 75–79 હોય તેવું આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો.

37	60	29	32	68	28	52	57	66	45
41	36	27	33	39	44	48	51	54	70
29	77	41	45	32	55	61	65	72	30
53	21	26	33	40	43	72	68	57	42
58	52	43	28	62	73	51	34	60	47

આવૃત્તિ વિતરણનું કોષ્ટક

પ્રાપ્તાંક વર્ગ		આવૃત્તિ (f)
75 - 79	|	1
70 - 74	||||	4
65 - 69	||||	4
60 - 64	||||	4
55 - 59	||||	4
50 - 54	~~||||~~ |	6
45 - 49	||||	4
40 - 44	~~||||~~ ||	7
35 - 39	|||	3
30 - 34	~~||||~~ |	6
25 – 29	~~||||~~ |	6
20 - 24	|	1
કુલ		N = 50

2.5 મધ્ય કિંમત

કોઈપણ વર્ગની મધ્યમાં આવતા પ્રાપ્તાંકને મધ્ય કિંમત કહેવામાં આવે છે. મધ્ય કિંમત એ એક એવી પ્રતિનિધિરૂપ કિંમત છે કે વર્ગમાં આવેલ પ્રાપ્તાંકને બદલે વર્ગની મધ્ય કિંમત મૂકીને આંકડાશાસ્ત્રીય ગણતરી કરી શકાય છે.

નીચેના સૂત્રની મદદથી મધ્ય કિંમત શોધી શકાય છે.

મધ્ય કિંમત $= \frac{\text{વર્ગનીનિમ્નસીમા} + \text{વર્ગનીઉચ્ચસીમા}}{2}$

દા. ત. 75−79 વર્ગની મધ્ય કિંમત $= \frac{75 + 79}{2} = \frac{154}{2} = 77$

આ રીતે દરેક વર્ગની મધ્ય કિંમત મેળવી શકાય.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. માહિતી પ્રાપ્તિની રીતને આધારે માહિતીના બે પ્રકારો કયા કયા છે ?
2. પ્રાથમિક માહિતીનું એક ઉદાહરણ લખો.
3. ગૌણ માહિતીનું એક ઉદાહરણ લખો.
4. આંકડાકીય માહિતી કોને કહે છે ?
5. વર્ણનાત્મક માહિતી કોને કહે છે ?
6. એક ઉદાહરણ દ્વારા મધ્ય કિંમતની સમજ આપો.

2.6 પ્રાથમિક અંકશાસ્ત્રીય પદ્ધતિઓ

આંકડાશાસ્ત્રનું મુખ્ય કામ એકઠી કરેલી માહિતીને સરળ રીતે રજૂ કરી, તેનું વિશ્લેષણ કરી તે પરથી અનુમાન તારવવાનું છે. આપેલી માહિતીને સરળ રીતે રજૂ કરવા માટે વર્ગીકરણ, આવૃત્તિ

વિતરણનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે તે આપણે જોઈ ગયા. આવૃત્તિ વિતરણનો અભ્યાસ કરવામાં આવે તો જોઈ શકાય છે કે પ્રાપ્તાંક અથવા માપ તેના મધ્ય ભાગમાં વધુ પ્રમાણમાં ગોઠવાયેલાં હોય છે. આ સ્થિતિને મધ્યવર્તી સ્થિતિ (Central Tendency) કહે છે. અને જે માપ અથવા બિંદુની આસપાસ પ્રાપ્તાંક અથવા માપ ગોઠવાયેલાં હોય તેને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ (Measure of Central Tendency) કહે છે.

ડી.એલ.એડ્.નો પ્રથમ વર્ષનો વર્ગ ગણિત વિષયમાં કેટલો હોંશિયાર છે ? આ પ્રશ્નનો જવાબ વર્ગના દરેક વિદ્યાર્થીએ ગણિતમાં મેળવેલ ગુણની યાદી આપીને આપી શકાય. પરંતુ તેમ કરવું કંટાળાજનક બને અને છતાં પ્રશ્ન પૂછનારને સંતોષકારક જવાબ ન મળે. આ પ્રશ્નનો ઉત્તર મેળવવા સરાસરી જેવી પ્રાથમિક અંકશાસ્ત્રીય પદ્ધતિ ઉપયોગી બની શકે. આને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ કહે છે.મધ્યક (Mean), મધ્યસ્થ (Median) અને બહુલક (Mode) એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનાં ત્રણ માપ છે.
મધ્યવર્તી સ્થિતિનાં માપના બે ઉપયોગો છે.

(i) સમગ્ર વર્ગના પ્રાપ્તાંકોના સામાન્ય વલણ કે લક્ષણનો ખ્યાલ પ્રાપ્ત થાય છે.

(ii) બે (કે વધારે) વર્ગોની વચ્ચે સરખામણી કરી શકાય છે.

2.7 મધ્યક (Mean)

મધ્યકને સરાસરી (Average) પણ કહે છે. મધ્યક એ મધ્યવર્તી સ્થિતિનું સૌથી વધુ પ્રચલિત માપ છે. પ્રાપ્તાંકોના સરવાળાને પ્રાપ્તાંકોની કુલ સંખ્યા વડે ભાગવાથી જે ભાગફળ મળે તેને મધ્યક કહેવામાં આવે છે. મધ્યક માટે આંકડાશાસ્ત્રમાં $\bar{x}$ (એક્સ બાર) સંકેતનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

મધ્યકની ગણતરી માટે માહિતીના સ્વરૂપને આધારે બે પદ્ધતિઓનો ઉપયોગ થાય છે.

1. અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યક નક્કી કરવાની રીત.
2. વર્ગીકૃત માહિતી કે આવૃત્તિ વિતરણ પરથી મધ્યક.

અવર્ગીકૃત માહિતી હોય ત્યાં પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા ઓછી હોય ત્યારે તમામ પ્રાપ્તાંકોનો સરવાળો ($\sum x$)કરી તેને પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા (N)વડે ભાગતાં મળતું ભાગફળ મધ્યક તરીકે ઓળખાય છે. આ માટેનું સૂત્ર નીચે પ્રમાણે છે.

$$\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$$

જ્યાં Σ (ઉચ્ચાર સિગ્મા)

x = પ્રાપ્તાંક

$\sum x$ = પ્રાપ્તાંકોનો સરવાળો

N = પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા

ઉદાહરણ – 1

એક વર્ગના 10 વિદ્યાર્થીઓએ ગણિતની સાપ્તાહિક કસોટીમાં પ્રાપ્ત કરેલ ગુણ નીચે પ્રમાણે છે. તે પરથી મધ્યક શોધો.

37, 45, 30, 28, 41, 43, 26, 33, 38, 40

જવાબઃ મધ્યક $\bar{x} = \frac{\sum x}{N}$

$$= \frac{37 + 45 + 30 + 28 + 41 + 43 + 26 + 33 + 38 + 40}{10}$$

$\therefore \bar{x} = \frac{361}{10}$

$\bar{x} = 36.1$

આ સૂત્રની મદદથી મધ્યકની ગણતરીની મુખ્ય બે મર્યાદાઓ છે.

(1) જ્યારે પ્રાપ્તાંકની સંખ્યા ખૂબ જ વધારે હોય ત્યારે ગણકયંત્ર(calculator)ની મદદ વગર સરવાળો કરવો ખૂબ જ મુશ્કેલ પડે છે.

(2) ગણક યંત્ર દ્વારા પ્રાપ્તાંક દાખલ કરતાં ભૂલ થાય ત્યારે પુનઃ ગણતરી કરવી પડે છે.

(3) પ્રાપ્તાંકોનું વર્ગીકરણ આવૃત્તિ વિતરણમાં કરવામાં આવ્યું હોય ત્યારે આ રીત ઉપયોગી નથી.

2.8 મધ્યસ્થ (Median)

મધ્યવર્તી સ્થિતિનું બીજું માપ મધ્યસ્થ છે. ક્રમમાં ગોઠવેલી સમગ્ર શ્રેણીના બે સરખા ભાગ કરતી રકમની કિંમતને મધ્યસ્થ કહે છે. આપેલ પ્રાપ્તાંકોને ચઢતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવ્યા બાદ મધ્યમાં આવતા પ્રાપ્તાંકની કિંમતને મધ્યસ્થ કહે છે. આમ, મધ્યસ્થ એ બરાબર મધ્યમાં આવતું માપ છે.

મધ્યસ્થની ગણતરી કરવા માટે માહિતીના સ્વરૂપને આધારે બે રીતોનો ઉપયોગ થાય છે.

(1) અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યસ્થ શોધવાની રીત.

(2) વર્ગીકૃત માહિતી પરથી મધ્યસ્થ શોધવાની રીત.

અવર્ગીકૃત માહિતી માટે મધ્યસ્થ શોધવાની રીત

અવર્ગીકૃત માહિતી પરથી મધ્યસ્થ શોધવા માટે, આપેલ પ્રાપ્તાંકોને સૌ પ્રથમ ચઢતા કે ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવવામાં આવે છે. ત્યાર પછી જે પ્રાપ્તાંક બરાબર મધ્યમાં આવે તેને મધ્યસ્થ કહે છે.

મધ્યસ્થ શોધવા માટેનું સૂત્ર નીચે મુજબ છે.

$M = \frac{N+1}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

જ્યાં, N = પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા (પ્રાપ્તાંકોને ચઢતા/ઊતરતા ક્રમમાં ગોઠવ્યા પછી)

ઉદાહરણ

નીચેના પ્રાપ્તાંકો પરથી મધ્યસ્થ શોધોઃ

15, 22, 7, 12, 9, 18, 10

જવાબઃ

પ્રાપ્તાંકોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં,

7, 9, 10, 12, 15, 18, 22

મધ્યસ્થ $M = \frac{N+1}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

$= \frac{7+1}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

$= \frac{8}{2}$મો પ્રાપ્તાંક

$=$ 4થો પ્રાપ્તાંક

$M = 12$

ઉદાહરણ – નીચેના પ્રાપ્તાંકો પરથી મધ્યસ્થ શોધો.

30, 47, 37, 41, 36, 49, 27, 32

જવાબઃ

પ્રાપ્તાંકોને ચઢતા ક્રમમાં ગોઠવતાં,

27, 30, 32, 36, 37, 41, 47, 49

મધ્યસ્થ $M = \frac{N+1}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

$= \frac{8+1}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

$= \frac{9}{2}$ મો પ્રાપ્તાંક

$= 4.5$ મો પ્રાપ્તાંક

$= \dfrac{\text{ચોથો પ્રાપ્તાંક} + \text{પાંચમો પ્રાપ્તાંક}}{2}$

$= \frac{36+37}{2}$

$= \frac{73}{2}$

મધ્યસ્થ $M = 36.5$

2.9 બહુલક (Mode)

અવર્ગીકૃત માહિતીનો બહુલકઃ

પ્રાપ્તાંકોની શ્રેણીમાં જે પ્રાપ્તાંક સૌથી વધુ વખત આવતો હોય તેને બહુલક કહે છે. તેને કાચો (Rough) બહુલક કહે છે.

ઉદાહરણ 1, 3, 5, 3, 6, 4, 3, 7, 4, 3, 6

જવાબ – અહીં પ્રાપ્તાંક 3 સૌથી વધુ વખત (ચાર વખત) આવે છે.

$\therefore$ કાચો બહુલક = 3

પ્રાપ્તાંકોનો સાચો બહુલક શોધવા માટે મધ્યક અને મધ્યસ્થનાં માપોનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

બહુલક $Z = 3M - 2\bar{x}$

2.10 મધ્યવર્તી સ્થિતિનાં માપોનો ઉપયોગ

મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક મધ્યવર્તી સ્થિતિનાં માપ છે. આ પૈકી કયું માપ ક્યારે વપરાય તે જાણવું જોઈએ. તે માટેનાં કેટલાંક સૂચન અહીં આપ્યાં છે.

મધ્યક –

(i) મધ્યક શોધવામાં દરેક પ્રાપ્તાંકનો ઉપયોગ થાય છે. તેથી દરેક પ્રાપ્તાંકને ગણતરીમાં લેવાનો હોય ત્યારે મધ્યક શોધવો.

(ii) મધ્યક મધ્યવર્તી સ્થિતિનું ખૂબ જ ચોક્કસ અને આધારભૂત માપ છે, તેથી ખૂબ જ ચોકસાઈની જરૂર હોય ત્યાં મધ્યકનું માપ વાપરવું.

(iii) બીજાં આંકડાશાસ્ત્રીય માપ (દા.ત. પ્રમાણ વિચલન) શોધવાનાં હોય ત્યારે મધ્યક શોધવો, કારણ કે આ માપો મધ્યક પર આધારિત હોય છે.

મધ્યસ્થ –

(i) જ્યારે સામાન્ય ચોકસાઈની જરૂર હોય અને મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ જલદી શોધવું હોય ત્યારે મધ્યસ્થનું માપ વપરાય છે.

(ii) પ્રાપ્તાંકો વધુ પડતાં અનિશ્ચિત હોય ત્યારે મધ્યસ્થ શોધવામાં આવે છે.

(iii) જ્યારે છેડા પરના પ્રાપ્તાંકોની સંખ્યા વધુ હોય ત્યારે મધ્યસ્થ શોધાય છે.

બહુલક–

(i) મધ્યવર્તી સ્થિતિનું માપ ઝડપથી શોધવું હોય ત્યારે બહુલક જાણવો પડે છે.

(ii) જ્યારે કયા બિંદુ આગળ પ્રાપ્તાંકો વધુ પ્રમાણમાં ભેગા થાય છે તેટલું જ જાણવું હોય ત્યારે બહુલક ઉપયોગી બને છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. મધ્યવર્તી સ્થિતિના માપનો અર્થ આપો અને તેનાં પ્રચલિત ત્રણ માપો જણાવો.
2. મધ્યકના ઉપયોગો જણાવો.
3. મધ્યસ્થના ઉપયોગો જણાવો.
4. કાચો બહુલક કોને કહે છે?
5. સાચો બહુલક શોધવાનું સૂત્ર લખો.
6. બહુલકના ઉપયોગો લખો.

2.11 સાદા આલેખનો ઉપયોગ

અગાઉ આપણે જોયું કે એકત્રિત કરેલ માહિતીને વર્ગીકરણ કે આવૃત્તિ વિતરણ દ્વારા વધુ સારી રીતે સમજી શકાય તે રીતે સંક્ષિપ્ત અને વ્યવસ્થિત રૂપમાં રજૂ કરી શકાય છે. તેવી રીતે એકત્રિત કરેલ સાંખ્યિક માહિતીને વધુ સ્પષ્ટ, અસરકારક અને આકર્ષક રીતે રજૂ કરવાની અન્ય પદ્ધતિ એ આલેખ દ્વારા રજૂ કરવાની પદ્ધતિ છે. સાંખ્યિક માહિતી આલેખરૂપે દર્શાવવાથી તે જોનારનું ઝડપથી ધ્યાન ખેંચે છે. અને સમજવી પણ સરળ બને છે. આંકડાઓ દ્વારા દર્શાવેલ માહિતીનું અર્થઘટન કરવું મુશ્કેલ પડે છે પરંતુ આલેખ દ્વારા તેને સમજી શકાય તેવું સ્વરૂપ આપી શકાય છે. શિક્ષણમાં પ્રાયોગિક પરિણામોને અને સંશોધનોનાં પરિણામોને રજૂ કરવા માટે આલેખોનો વ્યાપક ઉપયોગ થાય છે.

આવૃત્તિ વિતરણની અસરકારક અને આકર્ષક રજૂઆત માટે આલેખ પદ્ધતિનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે. આવૃત્તિ વિતરણને આલેખ દ્વારા દર્શાવવાની એક રીત સ્તંભાલેખ છે.

(i) સ્તંભાલેખ (Histogram)

(ii) આવૃત્તિ બહુકોણ (Frequency Polygon)

સ્તંભાલેખ દોરવા માટેનાં સોપાનો નીચે મુજબ છે.

1. સ્તંભાલેખ દોરવા માટે આલેખપત્ર પર X અને Y અક્ષ દોર્યા પછી X અક્ષ પર સીમા બિંદુઓ અને Y અક્ષ પર આવૃત્તિ લેવામાં આવે છે.
2. X અક્ષ પર પ્રથમ વર્ગ શૂન્યથી શરૂ થવાને બદલે અન્ય અંકોથી શરૂ થાય ત્યારે X અક્ષ પર શરૂઆતમાં કાપ કે છેદ (II) કરીને પછી અંકો દર્શાવાય છે.
3. Y અક્ષ પર યોગ્ય સ્કેલ માપ લઈ આવૃત્તિ દર્શાવાય છે.
4. ત્યાર પછી X અક્ષ પર પ્રત્યેક વર્ગની ઉપર તેની આવૃત્તિના અંક સુધી પહોંચે તે પ્રમાણેનો સ્તંભ દોરવામાં આવે છે.

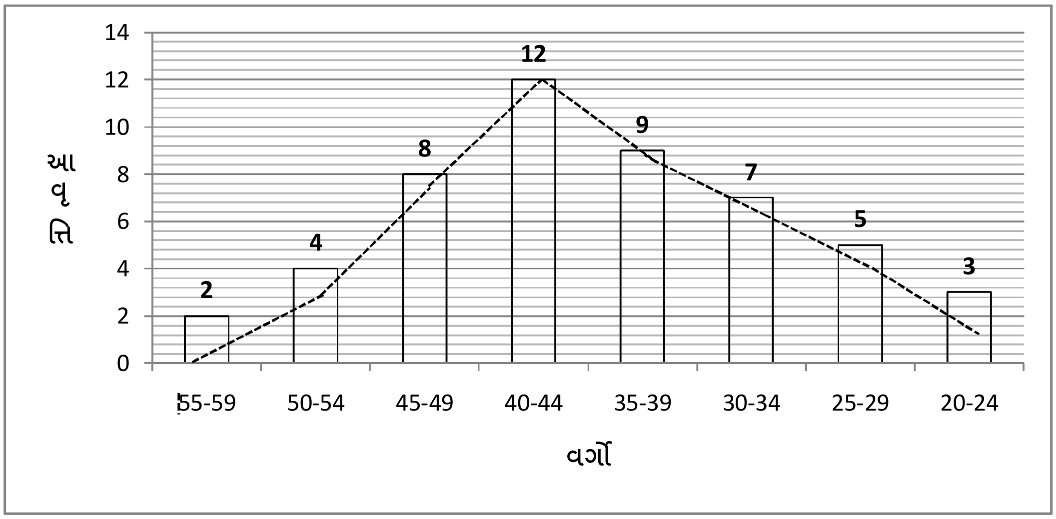
5. સ્તંભ આલેખના મધ્યબિંદુઓને જોડતો રેખાખંડ દોરવામાં આવે તો તેને આવૃત્તિ બહુકોણ કહેવામાં આવે છે.

ઉદાહરણ

નીચે આપેલા આવૃત્તિ વિતરણને આધારે સ્તંભાલેખ દોરો.

વર્ગ	55 – 59	50 – 54	45 – 49	40 – 44	35 – 39	30 – 34	25 – 29	20 – 24	N
આવૃત્તિ	2	4	8	12	9	7	5	3	50

ઉપર આપેલ આવૃત્તિ વિતરણ પરથી તૈયાર થયેલ સ્તંભાલેખ નીચે દર્શાવેલ છે.



જવાબ –

અહીં વર્ગલંબાઈ સતત છે. તેથી પ્રત્યેક વર્ગની ચોક્કસ નિમ્ન સીમા અને ઉચ્ચ સીમા દર્શાવેલ છે. X અક્ષ પર 0 થી શરૂઆત ન થઈ હોવાથી X ધરી પરના પ્રથમ ખાનામાં કાપ કે છેદનું ચિહ્ન દર્શાવેલ છે.

Y અક્ષ પર પ્રત્યેક વર્ગની આવૃત્તિઓના આંક પ્રમાણે સ્તંભો દોરેલા છે.સ્તંભના ઉપલા મધ્ય બિંદુઓને તૂટક – તૂટક રેખાથી જોડતાં આવૃત્તિ બહુકોણ બને છે.

2.12 સમય પત્રક

સમય પત્રક દ્વારા આપણી પાસે ઉપલબ્ધ સમયનો મહત્તમ અને અસરકારક ઉપયોગ કરવાની સુવિધા ઊભી કરી શકાય છે. અધ્યેતા તરીકે પરીક્ષાનું સમય પત્રક તમારી પાસે આવ્યા બાદ તમે કરેલા આયોજનની વિગતોનો અભ્યાસ કરતાં જણાશે કે,

- કાર્ય પૂર્ણ કરવા માટે આપણને કેટલો સમય જોઈશે ?
- કાર્ય પૂર્ણ કરવા માટે આપણી પાસે કેટલો સમય ઉપલબ્ધ છે ?
- સમય ઓછો હોય ત્યારે નિર્ધારિત સમયમાં કાર્ય પૂર્ણ કરવાના અન્ય રસ્તાઓ કયા કયા અજમાવી શકાશે તેની વિચારણા કરશો.
- આયોજનને લીધે સફળતાની કક્ષા શી થશે ?

ઉપરોક્ત પ્રશ્નના ઉત્તરના આધારે આપણે કહી શકીશું કે સમયબદ્ધ અને પ્રમાણસર થતા આયોજનને લીધે નિર્ધારિત લક્ષ્ય પર પહોંચવાનું સરળ બને છે તથા કાર્ય અસરકારક રીતે પૂર્ણ કરી શકાય છે.

શાળાના વર્ગના સમય પત્રક તથા શાળાના પરીક્ષાના સમય પત્રકથી તમે પરિચિત છો જ, પણ વ્યવહારમાં ઉપયોગી કેટલાંક વિશિષ્ટ સમય પત્રકને સમજવાનો પ્રયાસ કરીએ.

રેલવે સમય પત્રકનો નમૂનો

Vadodara — Okha

Table No. 4

Kms Ex Mumbai	Train Name		Gorakhpur Okha Exp.	Guwahati Okha Dwarka Exp.	Bandra (T) Delhi Sarai Rohilla Garib Rath Exp.	Vadodara Ahmedabad Intercity Exp.	Chennai Ahmedabad Navjeevan Exp.	Chennai Egmore Jodhpur Exp.	Ahmedabad Somnath Inter City Exp.	Howrah Porbandar Exp.	(Howrah) Hapa-Okha LinkExp.	Secunderabad Bikaner Exp.	Nagpur Ahmedabad Prerna Exp.	Bangalore Ahmedabad Exp.	Puri Okha Exp.	Puri Ahmedabad Exp.
	Train Number		15045	15636	12216	19129	12656	16125	19119	12906	22906	17037	11454	16502	18401	12843
	Class of Accommodation		2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II,P	3A	2A,3A, SL,II	1A,2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II	II	2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II,P	3A, SL,II,	2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II,P	2A,3A, SL,II,P
	From Table No.		2A	2A			14A	14A		14A		14A	14A	14A	14A	14A
	Days of Departure at Originating Station		Th	M	Tu, W, F, Su	Daily	Daily	Sa	Daily	F,Sa,Tu	F,SA,Tu	Tu, W	W, Sa	Su	Su	Tu,Th, F, Sa
	Dep. from Originating Station		04 05	10 45			09 35	15 15		22 55	22 55	23 15	09 35	13 30	08 45	17 25
0	**Mumbai Central**	D														
6	**Dadar**	D														
11	**Bandra Terminus**	D			----											
18	Andheri	D			12 55											
30	Borivali	D			–											
48	**Vasai Road**	A			13 23											
		D			–											
56	Virar	D			–											
72	Saphale	D			–											
87	Palghar	D			–											
98	Boisar	D			–											
120	Dahanu Road	D			–											
168	Vapi	D			–											
194	Valsad	D			–											
212	Bilimora Jn.	D			–											
218	Amalsad	D			–											
233	Navsari	D			–											
242	Maroli	D			–											
248	Sachin	D			–											
259	Udhana	D			–											
263	**Surat**	A			16 03		15 02	21 17		04 55		21 17	23 45	23 20	23 45	03 37
		D			16 06		15 12	21 22		05 05		21 22	23 55	23 25	23 55	03 42
294	Kosamba	D			–		–	–		–		–	–	–	–	–
312	Ankleswar Jn.	D			–		15 48	–		–		–	–	00 01	–	–
322	Bharuch Jn.	D			16 46		–	–		–		–	00 42	–	–	04 33
347	Palej	D			–		–	–		–		–	–	–	–	–
363	Miyagam Karjan	D			–		–	–		–		–	–	–	–	–
392	**Vadodara Jn.**	A	15 10	15 10	17 40	----	17 03	23 05		06 50		23 05	01 45	01 20	01 45	05 30
		D	15 40	15 40	17 45	18 15	17 08	23 10		06 55		23 10	01 50	01 25	01 50	05 35
412	Vasad	D	–	–	–	18 39	–	–		–		–	–	–	–	–
427	Anand Jn.	D	16 15	–	–	19 03	17 41	–		–		–	02 19	01 58	–	–
435	Kanjari Boriyavi	D	–	–	–	19 12	–	–		–		–	–	–	–	–
446	Nadiad Jn.	D	–	16 37	–	19 27	18 03	–		–		–	02 37	–	–	06 31
462	M'dabad & K'da Rd.	D	–	–	–	19 44	–	–		–		–	–	–	–	–
475	Barejadi Nandej	D	–	–	–	20 02	–	–		–		–	–	–	–	–
488	Maninagar	D	17 24	–	–	20 15	18 53	–		–		–	–	03 13	–	–
492	**Ahmedabad Jn.**	A	17 55	17 55	19 30	20 30	19 10	01 00	----	08 55		01 00	03 40	03 45	03 40	07 25
		D	18 15	18 15	19 40	----	----	01 20	10 30	09 15		01 20	----	----	04 00	----
497	Sabarmati	D	–	–					10 43	–					–	
520	Sanand	D	–	–					–	–					–	
557	Viramgam Jn.	D	19 28	19 28					11 48	10 26					05 06	
601	Lakhtar	D	–	–					–	–					–	
622	Surendra Nagar Jn.	D	20 41	20 41					13 10	11 29					06 10	
644	Muli Road	D	–	–					–	–					–	
670	Than	D	–	–					13 48	–					–	
684	Daladi	D	–	–					–	–					–	
696	Wankaner Jn.	D	22 02	–					14 14	–					–	
698	Wankaner City	D	–	–					–	–					–	
738	**Rajkot Jn**	A	23 01	23 01					15 03	13 36					09 10	
		D	23 06	23 06					15 10	13 41					09 25	
763	Padadhari	D	–	–						–					–	
804	Aliyavada	D	–	–						–	–				–	
814	Hapa	D	00 12	00 12						15 00	16 20				11 00	
823	Jamnagar	D	00 31	00 31						15 35	16 37				11 32	
849	Kanalus	D	–	–							–				–	
877	Khambhaliya	D	01 41	01 41							17 45				12 29	
920	Bhatiya	D	–	–							–				–	
961	Dwarka	D	03 29	03 29							19 25				13 59	
980	Mithapur	D	–	–							–				–	
990	**Okha**	A	04 30	04 30							20 00				15 15	
	To Table No.		----	----	3			3	19	21	----	3			----	
	Arr. at destination stn.				12 10			11 11	20 05	19 00		17 00				

Increase in frequency of 17037 Secunderabad - Bikaner Exp. from weekly to Bi-weekly (Wed) & 11454 Nagpur - Ahmedabad Prerana Exp. from weekly to Bi-weekly (Sat.) will be notify later on.

95

આપને આપેલ આ રેલવે સમય પત્રકનો અભ્યાસ કરો, અવલોકન કરો.
તમને કઈ કઈ બાબતો જાણવા મળે છે ?
આપેલ રેલવે સમય પત્રક પરથી આપણે

- ટ્રેનનો નંબર
- ટ્રેન ઊપડવાનું સ્ટેશન
- ટ્રેન ઊપડવાનો સમય
- ટ્રેનના માર્ગમાં આવતાં સ્ટેશનો
- ટ્રેન ઊપડવાના દિવસો
- દિવસમાં સવારે 12.00 વાગ્યા સુધી 1 થી 12 અંકો અને ત્યાર પછી 13 થી 24 અંકો સમય
- દર્શાવે છે, તે જાણી શકાય છે.
- રાતના 12.00 વાગ્યા પછી સમય 00.00 થી શરૂ થાય. દા.ત. 25મી તારીખે રાત્રે પોણા બાર
- વાગે જો ટ્રેન ઊપડતી હોય તો સમય પત્રકમાં ટ્રેનનો સમય 23.45 દર્શાવેલ હોય અને ઊપડવાની તારીખ 25 જ હોય. પરંતુ જો ટ્રેન રાતના 12.00 વાગ્યા પછી ઊપડતી હોય તો સમય 00.01, 00.02... બતાવે પણ તેની મુસાફરીની તારીખ 25ને બદલે 26 બતાવે.
- ટૂંકમાં રેલવે , બસ અને વિમાન મુસાફરીમાં રાતના 12.00 વાગ્યા પછી તારીખ એક અંક આગળ વધે છે.

2.13 રાશિઓની તુલના : ટકા (Percentage)

ધંધાકીય હરીફાઈના જમાનામાં દરેક કંપની પોતાનો માલ વેચવા માટે ગ્રાહકોને આકર્ષવા માટે અમુક ટકા કિંમત મૂળ કિંમતમાંથી બાદ (Discount)કરી આપે છે.

વ્યવહારુ જીવનમાં પસંદગીની વાત, વૃદ્ધિનો દર, ગુણવત્તા વગેરેને ટકાના માપદંડથી મૂલવવામાં આવે છે. ટકાને સંકેતમાં % તરીકે દર્શાવાય છે.

ટકા એટલે.....

આપેલ પ્રમાણનું 100ના આધારે મળતું મૂલ્ય.

(1) વર્ગમાં 50 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 50 વિદ્યાર્થીઓ હાજર હોય, તો વર્ગમાં વિદ્યાર્થીઓની હાજરીનું પ્રમાણ 100 ટકા કહેવાય અને વર્ગમાં ગેરહાજર વિદ્યાર્થીઓનું પ્રમાણ 0 ટકા કહેવાય.

(2) કોઈ એક વર્ગમાં ગણિત વિષયમાં 40 વિદ્યાર્થીઓમાંથી તમામ 40 વિદ્યાર્થીઓ પાસ થયા તો, તે વર્ગનું ગણિત વિષયનું પરિણામ 100 ટકા કહેવાય.

ઉપરોક્ત બન્ને ઉદાહરણો પરથી એ પણ સ્પષ્ટ થાય છે કે જ્યારે કોઈ વિધાન 100 ટકા છે તેવું સૂચવે ત્યારે તેનું વિરોધી (પ્રતીપ) વિધાન શૂન્ય ટકાનો નિર્દેશ કરે છે.

જો વર્ગમાં 50 વિદ્યાર્થીઓમાંથી 25 વિદ્યાર્થીઓ હાજર હોય, તો વર્ગમાં 50 ટકા વિદ્યાર્થીઓ હાજર અને 50 ટકા વિદ્યાર્થીઓ ગેરહાજર છે એમ કહેવાય.

ટકા એ એવા અપૂર્ણાંકનો અંશ છે જેનો છેદ 100 હોય. આમ, 40 ટકા એટલે $\frac{40}{100}$

ઉપર જોયું તેમ ટકા એ આપેલ પ્રમાણનું 100ના આધારે મળતું મૂલ્ય છે. તેથી પ્રમાણનાં પદો મુજબ ત્રિરાશિની રીતથી પણ ટકા શોધી શકાય છે.

દા.ત.

(1) 600 માંથી 360 છોકરા પાસ થયા હોય તો પાસ થનાર વિદ્યાર્થીઓના ટકા ત્રિરાશિની રીત મુજબ શોધીએ.

વિદ્યાર્થીઓમાંથી		વિદ્યાર્થીઓ પાસ
	600	360
$\therefore$	100	(?)

$$\frac{100 \times 360}{600} = 60\ \%$$

આમ, માહિતીના ગુણોત્તરને 100 વડે ગુણવાથી ટકા મળે છે.

(2) ગામમાં 2000ની વસ્તીમાં 625 બાળકો છે, તો બાળકોના ટકા શોધો.

$$\frac{625}{2000} \times 100 = 31.25\ \%$$

ટકા પરથી માહિતી શોધવી :

માહિતી પરથી ટકા ત્રિરાશિની રીતની મદદથી શોધી શકાય છે. તેવી રીતે ટકા પરથી ત્રિરાશિની રીતથી માહિતી શોધી શકાય

દા.ત.

(1) 300 ના 20 ટકા માટે ત્રિરાશિ મૂકીએ –

તો

100	એ	20
$\therefore$ 300	એ	(?)

$$\frac{300 \times 20}{100} = 60$$

આમ, ટકા પરથી માહિતી શોધવા માટે 100 વડે ભાગવામાં આવે છે.

(2) 1500 કિલોગ્રામ ઘઉંમાંથી 12.5 ટકા ઘઉં વેચતાં વેપારીએ કેટલા કિ.ગ્રા. ઘઉં વેચ્યા કહેવાય?

$\frac{1500\ x\ 12.5}{100} = \frac{1500\ x\ 125}{100x10} = 187.500$ કિ.ગ્રા. ઘઉં વેચ્યા.

યાદ રાખો –

(1) માહિતીના ગુણોત્તરને 100 વડે ગુણતાં ટકા મળે.

(2) ટકા અને કુલ સંખ્યાના ગુણાકારને 100 વડે ભાગતાં માંગેલી સંખ્યા મળે.

ટકાનો દૈનિક વ્યવહારમાં ઉપયોગ –

- શાળા કક્ષાએ પરિણામ, હાજરી, જાતિના સંદર્ભમાં વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી જાણવા માટે.
- વેપારમાં નફો–ખોટ, વળતર, વટાવની ગણતરી માટે.
- વસતી ગણતરીમાં જાતિ, જ્ઞાતિ, શિક્ષિત, બેરોજગાર, બજેટ વગેરેની ગણતરી માટે.
- આવકવેરા, વેચાણવેરા વગેરે વિવિધ પ્રકારના વેરા માટે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

ધોરણ 6 થી 8ના એક વર્ગનું સત્રાંત, વાર્ષિક કસોટીનું પરિણામ લઈ તેના આધારે નીચેના પ્રશ્નોના ઉત્તર આપો.

1. દરેક વિષયના પરિણામના ઉત્તીર્ણ અને અનુત્તીર્ણ થયેલ વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી.
2. વર્ગના કુલ વિદ્યાર્થીઓ કુલ ગુણના સંદર્ભે ઉત્તીર્ણ અને અનુત્તીર્ણ વિદ્યાર્થીઓની ટકાવારી.
3. ઉપરોક્ત પ્રશ્નો સંદર્ભે આલેખ દોરવો.

2.14 વ્યાજ (Interest)

વાંચો અને સમજો –

- મહેન્દ્રભાઈ 7 લાખ રૂ.ની કાર ખરીદવા માટે બેન્કમાંથી લોન લે છે. મહેન્દ્રભાઈ આ લોન 2 વર્ષમાં પૂરી કરે છે. આ દરમ્યાન તેઓ કુલ 7 લાખ 35 હજાર રૂપિયા બેંકમાં જમા કરાવી દેવા મુક્ત બને છે. તો તેમણે કેટલા રૂપિયા વધુ ચૂકવ્યા ? આ વધુ ચૂકવવી પડતી રકમને કયા નામથી ઓળખવામાં આવે છે ?
- 35000 રૂા. બેન્કને વધુ ચૂકવ્યા.
- બેન્કને લોનની રકમ ઉપરાંત વધુ ચૂકવવી પડતી રકમને વ્યાજ કહે છે.
  - **વ્યાજ (I) –** મુદતને અંતે મુદ્દલ ઉપરાંત ચૂકવાતી આપવી પડતી વધારાની રકમને વ્યાજ કહે છે
  - **મુદ્દલ (P) –** જરૂરિયાત અનુસાર બેન્કમાં કે શરાફને ત્યાં મૂકવામાં કે ઉપાડવામાં આવતી રકમને મુદ્દલ કહે છે.
  - **મુદત (N) –** જેટલા સમયગાળા માટે નાણાં મૂકવામાં કે લેવામાં આવે તે સમયગાળાનેમુદત
  - કહે છે. મુદત વર્ષ, માસ કે દિવસમાં હોય છે.
  - **વ્યાજ મુદ્દલ (A) –** વ્યાજ અને મુદ્દલના સરવાળાને વ્યાજ મુદ્દલ અથવા રાશ કહે છે.

વ્યાજના પ્રકાર –

1. સાદું વ્યાજ
2. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ

સાદું વ્યાજ –

જ્યારે ગણતરી આપેલ મુદત માટે એક સાથે કરવામાં આવે તેને સાદું વ્યાજ કહે છે.

સાદું વ્યાજ શોધવાનું સૂત્ર નીચે મુજબ છે.

$$I = \frac{PNR}{100}$$

જ્યાં, I = Interest (વ્યાજ)

N = Number of Years (મુદત)

R = Rate of Interest (વ્યાજનો દર)

P = Principal Capital (મુદ્દલ) / Capital Amount

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ –

જ્યારે વ્યાજના વ્યાજની પણ ગણતરી કરવામાં આવે તેને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ કહેવાય.

- પ્રથમ સમયગાળાનું સાદું વ્યાજ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ સરખું હોય છે.

- કોઈ પણ વર્ષને અંતે મળતું વ્યાજ મુદ્દલ તે પછીના વર્ષ માટેનું મુદ્દલ બને છે.
- રાષ્ટ્રીયકૃત બેન્કમાં બચત ખાતામાં દર છ માસે વ્યાજની ગણતરી થાય છે.

ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ શોધવાનું સૂત્ર –

$$A = \mathrm{P}\left(1 + \frac{\mathrm{R}}{100}\right)^{\mathrm{N}}$$

જ્યાં $\mathrm{A} =$ Amount of Principal and Compound Interest

ઉદાહરણ-

સેજલ 10000 રૂપિયા 10 %ના દરે 2 વર્ષ માટે બેન્કમાં વ્યાજે મૂકે છે, જયારે દમયંતીબેને તેટલી જ રકમ તેટલાં જ દરે પોસ્ટ ઓફિસમાં મૂકી. તો બે વર્ષના અંતે કોને વધુ રકમ મળશે ? કેટલા રૂપિયા? (પોસ્ટ ઓફિસમાં દર વર્ષે વ્યાજની ગણતરી થાય છે.)

મુદ્દલ (P) =10000 રૂપિયા

મુદત (N)= 2 વર્ષ

વ્યાજનો દર (R) = 10 %

સેજલ માટે વ્યાજની ગણતરી (સાદા વ્યાજની રીત)

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{PNR}}{100}$$

$$\mathrm{I} = \frac{10000 \text{ X } 2 \text{ X } 10}{100}$$

= 2000 રૂા.

દમયંતીબેન માટે વ્યાજની ગણતરી (ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની રીત–૧)

$$A = \mathrm{P}\left(1 + \frac{\mathrm{R}}{100}\right)^{\mathrm{N}}$$

$$\mathrm{A} = 10000\left(1 + \frac{10}{100}\right)^{2}$$

$= 10000\ (110/100)^2$

$= 10000 \text{ X } \frac{11}{10} \text{ X } \frac{11}{10}$

=12,100 રૂપિયા

વ્યાજ = વ્યાજ મુદ્દલ – મુદ્દલ

= 12100 – 10000

= 2100

દમયંતીબેનને રૂા. 100 વ્યાજ વધુ મળે.

અથવા

દમયંતીબેન માટે વ્યાજની ગણતરી (ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજની રીત–૨)

પ્રથમ વર્ષના વ્યાજની ગણતરી

$$\mathrm{I} = \frac{\mathrm{PNR}}{100}$$

$$\mathrm{I} = \frac{10000 \text{ X } 1 \text{ X } 10}{100}$$

= 1000 રૂા.

વ્યાજ મુદ્દલ = મુદ્દલ + વ્યાજ

= 10000 + 1000= 11000 રૂા.

બીજા વર્ષ માટે 11000 રૂા. મુદ્દલ (P)બનશે.

∴ વ્યાજની ગણતરી

$$I = \frac{PNR}{100}$$

$$I = \frac{11000 \text{ X } 1 \text{ X } 10}{100}$$

= 1100 રૂપિયા

બીજા વર્ષનું વ્યાજ

કુલ વ્યાજ = પ્રથમ વર્ષનું વ્યાજ + બીજા વર્ષનું વ્યાજ

= 1000 + 1100

= 2100 રૂપિયા

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.
રૂા. 2500 નું 10 ટકાના દરે 2 વર્ષનું સાદું વ્યાજ અને ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ ગણો.

2.15 નફો–ખોટ (Profit-Loss)

જયારે વસ્તુનું વેચાણ કરતા હોઈએ ત્યારે આપણે જે કિંમતે વસ્તુ ખરીદી હોય તેના કરતાં વધારે કિંમતે વસ્તુ વેચવામાં આવે ત્યારે ફાયદો થાય એટલે કે નફો થાય અને ખરીદેલ કિંમત કરતાં ઓછા ભાવે વસ્તુ વેચવામાં આવે ત્યારે નુકશાન થાય એટલે કે ખોટ જાય.

વાંચો અને સમજો –

રાજેશ એક ટીવી રૂા. 42000 માં ખરીદે છે. થોડા સમય પછી તે ટીવી રૂા. 40000 માં તેના મિત્ર મહેશને વેચી દે છે. તો રાજેશને નફો થશે કે ખોટ જશે ?

અહીં ટીવીની મૂ.કિં. રૂા. 42000

વે.કિં. રૂા. 40000

આપણે જાણીએ છીએ કે,

વેચાણ કિંમત કરતાં મૂળકિંમત વધુ હોય તો ખોટ જાય. મૂ.કિં. – વે.કિં =ખોટ

વેચાણ કિંમત કરતાં મૂળકિંમત ઓછી હોય તો નફો થાય. વે.કિં – મૂ.કિં =નફો

ઉપરના દાખલામાં મૂ.કિં. કરતાં વે.કિં. ઓછી છે માટે ખોટ જાય.

ખોટ = મૂ.કિં. – વે.કિં.

= 42000–40000

∴ 2000 રૂપિયા ખોટ જાય.

નફા – ખોટનો વ્યવહારુ ઉપયોગ પણ ઘણો છે. જમીન, મકાન, કપડાં, દાગીના દરેક વસ્તુની ખરીદી–વેચાણમાં નફા–ખોટને ધ્યાને લઈને વ્યવહાર થતા હોય છે, ઉપરાંત વળતર, વટાવ, દલાલી વગેરેમાં નફા–ખોટનો ઉપયોગ થાય છે.

નફો–ખોટ ટકામાં પણ દર્શાવાય છે.

GST (Goods and Services Tax) : VAT + ST, અર્થાત કોઈપણ વસ્તુ/સામાન પર લેવાતા તમામ પ્રકારના વેરા હવે એક જ વાર ઉત્પાદક/ સેવા પૂરી પડનારને ચૂકવવાનો રહેશે. જેથી ગ્રાહકને વસ્તુ સસ્તી મળશે તેમજ એક જ વસ્તુના ભાવ સમગ્ર દેશમાં એક જ રહેશે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

- MRP, VAT,GST, ST નું પૂરું નામ જણાવો.
- તમે કરેલ વસ્તુની ખરીદીના બીલ પર કેટલા ટકા GST દર્શાવેલ છે તે ચકાસો.
- હોટેલ - રેસ્ટોરાના બીલ પર કેટલા ટકા GST લગાડેલ છે તે જાણો.

2.16 ગુણોત્તર અને પ્રમાણ (Ratio & Preportion)

2.16.1 ગુણોત્તર

ગુણોત્તર એક સરખાં એકમ ધરાવતી બે વસ્તુઓની સરખામણી માટે વપરાતી એક રીત છે.

ગુણોત્તરને અંશ/છેદ અથવા અંશ : છેદ વડે દર્શાવાય છે.

ગુણોત્તર અતિ સંક્ષિપ્તરૂપમાં જ હોય છે.

ગુણોત્તર શુદ્ધ કે અશુદ્ધ અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપે હોય છે.

ગુણોત્તર દર્શાવવા માટે બન્ને રાશિઓ અપૂર્ણાંકના સ્વરૂપે હોય છે.

ગુણોત્તર દર્શાવવા માટે બંને પરિમાણો વચ્ચે (:) મૂકવામાં આવે છે.

ઉપયોગ – ગુણોત્તરનો ઉપયોગ બે જુદી જુદી વસ્તુઓનાં કદ, વજન, સંખ્યા, નાણાં.....વગેરેની સરખામણી કરવા માટે થાય છે. એ યાદ રહે કે જે રાશિઓના **ગુણોત્તર શોધવાના હોય તે રાશિઓ એક જ એકમમાં હોવી જોઈએ.**

ઉદાહરણ –

કંપાસ બોક્ષ રૂા. 70	સ્કૂલ બેગ રૂા. 350	વોટર બેગ રૂા. 140
લંચ બોક્ષ રૂા. 70	સ્કૂલ યુનિફોર્મ રૂા. 490	

(1) કંપાસ બોક્ષ કરતાં સ્કૂલ બેગની કિંમત કેટલા ગણી છે ?

(2) લંચબોક્ષ અને વોટરબેગની કિંમત વચ્ચે શું સંબંધ છે ?

- કોઈ પણ સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતાં કેટલા ગણી વધારે છે તે શોધવા તે સંખ્યાને તેટલા વડે ગુણાકાર કરવો પડે

દા.ત.-

2 ગણા એટલે 2 વડે ગુણાકાર

4 ગણા એટલે 4 વડે ગુણાકાર

6 ના 2 ગણા એટલે 6 x 2 = 12

- કોઈપણ સંખ્યા બીજી સંખ્યા કરતા કેટલામાં ભાગની છે તે શોધવા તે સંખ્યાને તેટલા વડે ભાગવી પડે.

દા.ત.-

બીજો ભાગ એટલે 2 વડે ભાગાકાર, ત્રીજો ભાગ એટલે 3 વડે ભાગાકાર

જેમ કે 12નો ત્રીજો ભાગ એટલે 12÷ 3 = 4

વ્યાપક રીતે

ગુણોત્તરને a : b (વંચાય એ જેમ બી) અથવા a/b કહેવાય. જ્યાં a, b વાસ્તવિક સંખ્યાઓ છે.

3 અને 9 નો ગુણોત્તર એટલે

$\frac{3}{9}=\frac{3\times 1}{3\times 3}=\frac{1}{3}$ અથવા 1 : 3

30 પૈસા અને 15 રૂપિયાનો ગુણોત્તર શોધો.

અહીં યાદ રહે કે જે બે રાશિના ગુણોત્તર શોધવા હોય તે બન્ને રાશિ એક જએકમમાં દર્શાવેલી હોવી જોઈએ.

30 પૈસા અને 15 રૂપિયાનો ગુણોત્તર = 30 : 1500

$\frac{30}{1500}=\frac{1}{50}=$ અથવા 1 : 50

અહીં 15 રૂા. = 1500 પૈસા લેવાથી ગુણોત્તર શોધવા માટેની બન્ને રાશિ એક જ માપમાં આવશે.

2.16.2 પ્રમાણ (Proportion)

જો આપેલ બે ગુણોત્તર સમાન હોય તો તે ચાર સંખ્યાઓ પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ

3 : 5 :: 9 : 15 તથા 2 : 7 :: 4 : 14

સમ પ્રમાણ (Direct Proportion)

જ્યારે એક રાશિ (માપ) વધે ત્યારે બીજી રાશિ પણ તેટલા જ પ્રમાણમાં વધે અથવા એક રાશિ (માપ) ઘટે ત્યારે બીજી રાશિ તેટલા જ પ્રમાણમાં ઘટે તો તે રાશિઓ સમ પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ

(1) એક હાર બનાવવા માટે મોગરાનાં 20 ફૂલ જોઈએ તો આવા ચાર હાર બનાવવા કેટલાં મોગરાનાં ફૂલ જોઈએ ?

(2) એક મશીનને ત્રણ ઘડિયાળ બનાવતાં 15 મિનિટ લાગે છે, તો તે મશીનને 56 ઘડિયાળ બનાવવા કેટલો સમય લાગે ?

યાદ રાખો –

આપેલ માહિતીમાં સરખા એકમની માહિતી માટે જો a, b, c અને d સમ પ્રમાણમાં હોય, ત્યારે જો d શોધવો હોય તો

$$d=\frac{b\times c}{a}$$

દા. ત.-

6 ચોકલેટની કિંમત 3 રૂપિયા હોય તો 14 ચોકલેટની કિંમત શોધો.

ચોકલેટની સંખ્યા		**કિંમત**	
a = 6	b = 3	c = 14	d = ?

$d=\frac{b\times c}{a}=\frac{3\times 14}{6}=7$ રૂપિયા

વાંચો અને સમજો

એક છાત્રાલયમાં 100 ક્વિન્ટલ અનાજ છે. નીચે મુજબ વિદ્યાર્થીઓ અને વપરાશની વિગત આપેલ છે.

સંખ્યામાં ક્રમશઃ ઘટાડો

વિદ્યાર્થીની સંખ્યા	અનાજનો પુરવઠો ચાલે તે દિવસની સંખ્યા
1000	2
500	4
250	6
125	8

દિવસોમાં ક્રમશઃ વધારો

વ્યસ્ત પ્રમાણ –(Inverse Proportion)

જ્યારે એક રાશિ (માપ) ક્રમશઃ વધે ત્યારે બીજી રાશિ તેટલા જ પ્રમાણમાં ઘટે અથવા એક રાશિ (માપ) ક્રમશઃ ઘટે ત્યારે બીજી રાશિ (માપ) તેટલા જ પ્રમાણમાં ક્રમશઃ વધે તો બન્ને રાશિઓ વ્યસ્ત પ્રમાણમાં છે એમ કહેવાય.

ઉદાહરણ –

એક શાળાના વર્ગમાં કસરત કરાવવા બાળકોની 4 હાર બનાવેલ છે. દરેક હારમાં 9 બાળકો છે. આ જ બાળકોને 9 હારમાં ગોઠવવામાં આવે તો દરેક હારમાં કેટલાં બાળકો ગોઠવાય ?

યાદ રાખો –

વ્યસ્ત પ્રમાણમાં આપેલ માહિતીઓમાંથી એક માહિતી શોધવાની હોય ત્યારે

સરખાં એકમની માહિતી	સંબંધિત માહિતી
a	b
c	?

$$d = \frac{a \times b}{c}$$

$$d = \frac{4 \times 9}{9} = 4$$

9 હારમાં બાળકોને ગોઠવતાં દરેક હારમાં 4 બાળકો ગોઠવાય.

યાદ રાખો –

ત્રિરાશિથી થતી ગણતરી વાસ્તવમાં ચાર રાશિઓના પ્રમાણનું જ સ્વરૂપ છે.

જેમ કે, 300 ના 10 ટકા કેટલા થાય ?

ત્રિરાશિ મુજબ

100 એ 10

300 એ (?)

પ્રમાણ મુજબ 100 :300 ::10: ?

ચાર રાશિ જ્યારે સમ પ્રમાણમાં હોય ત્યારે d નક્કી કરવા માટે $d = \frac{a \times b}{c}$

$\therefore d = \frac{300x10}{100} = 30$

ઉપયોગઃ બે વસ્તુઓની ગુંજાશની સરખામણી માટે ગુણોત્તરનો ઉપયોગ થાય છે. (પરિમિતિ, ક્ષેત્રફળ, ઘનફળ...) વસ્તુઓનો જથ્થો – સંખ્યા, વપરાશ અંગેની માહિતી માટે કિંમત મેળવવા પ્રમાણનો ઉપયોગ થાય છે.

ઉપસંહાર –

પ્રસ્તુત એકમમાં આપણે માહિતીનું એકત્રીકરણ, વર્ગીકરણ અને સમજ, માહિતીનું પ્રસ્તુતીકરણ, પ્રાથમિક અંકશાસ્ત્રીય પદ્ધતિઓ, મધ્યક અને મધ્યસ્થની સમજ, ઉચ્ચ તથા સાદા આલેખનો ઉપયોગ, સમય પત્રક, ટકા, ગુણોત્તર અને પ્રમાણ, વ્યાજ અને વળતર વગેરે મુદ્દાઓ વિશે માહિતી દ્વારા સમજ મેળવી.

સ્વાધ્યાય

1. માહિતીનું વર્ગીકરણ કરવું શા માટે જરૂરી છે ?
2. નીચે આપેલા પ્રાપ્તાંકો પરથી આવૃત્તિ વિતરણ તૈયાર કરો. જેમાં કોઈ પણ એક વર્ગ 40–44નો હોવો જરૂરી છે.

62	56	40	68	37	42	58	52	42	47
21	36	54	28	52	43	35	41	43	48
26	32	56	37	39	53	42	44	61	33
56	57	40	39	54	63	30	34	38	50
38	51	44	41	45	46	45	49	45	46

3. નીચે આપેલ પ્રાપ્તાંકો પરથી મધ્યક અને મધ્યસ્થની ગણતરી કરો.

9 15 20 7 10 14 12 13 8

4. નીચેના પ્રાપ્તાંકો પરથી મધ્યક, મધ્યસ્થ અને બહુલક ગણો.

13 30 28 19 12 28 26 19 25 8 19 11

5. સહકારી મંડળીમાંથી ચિરાગે વિદેશ પ્રવાસ માટે રૂા. 1,50,000 બે વર્ષ માટે 11 ટકાના ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજે લીધા તો તેણે વ્યાજના કેટલા રૂપિયા ચૂકવવા પડે ?
6. મનસુખભાઈ અમુક કિલોગ્રામ અનાજ 150 વ્યક્તિને વહેંચતાં દરેકને 7 કિ.ગ્રા. અનાજ મળે છે. જ્યારે વિનોદભાઈ તેટલું જ અનાજ 210 વ્યક્તિને વહેંચે તો દરેકને કેટલું અનાજ મળે ?

જવાબ

1.

વર્ગ	65–69	60–64	55–59	50–54	45–49	40–44	35–39	30–34	25–29	20–24
આવૃત્તિ	1	3	5	7	8	11	8	4	2	1

3. મધ્યક 12, મધ્યસ્થ 12
4. મધ્યક 19.83, મધ્યસ્થ 19, બહુલક 19
5. ચક્રવૃદ્ધિ વ્યાજ 34815 રૂા.
6. દરેકને 5 કિ.ગ્રા.

પ્રકરણ –3

ભૂમિતિ શિક્ષણ

3.1 **પ્રસ્તાવના**

3.2 **ઉદ્દેશો**

3.3 **અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ**

3.4 **ભૂમિતિનુ માળખુ**

3.5 **વાન હિલ્સ (Pierre M. Van Hieles) થિયરી**

3.5.1 ભૌમિતિક ચિંતન સ્તર

3.6 **પ્રાથમિક દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારો**

3.7 **એકરૂપતા અને સમરૂપતા**

3.8 રૂપાંતરણ અને ભૌમિતિક આકારો

3.9 **માપન અને ભૌમિતિક આકારો**

3.10 **ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના**

3.10.1 સેટ સ્કવેર અને માપપટ્ટીની મદદથી લંબરેખા દોરવી

3.10..2 બે સેટ સ્કવેરની મદદથી સમાંતર રેખાની રચના કરવી

3.11 **Geogebra**

3.11.1 Geogebra

3.11.2 Geogebraનો ઉપયોગ

3.12 બહુફલકીય મૉડેલ

પ્રકરણ –3
ભૂમિતિ શિક્ષણ

3.1 પ્રસ્તાવના

ભૂમિતિ શબ્દ મૂળ સંસ્કૃત શબ્દો **ભૂ** અને **મિતિ** પરથી આવેલ છે. **ભૂ** એટલે પૃથ્વી, જમીન કે સપાટી અને **મિતિ** એટલે માપન, આમ, ભૂમિતિ એટલે સાદા અર્થમાં પૃથ્વી કે જમીન (સપાટી)નું માપન. પૃથ્વી પર મુખ્યત્વે ત્રણ પ્રકારના આકારો જોવા મળે છે.

(1) સુરેખ (એક પરિમાણીય) (2) સમતલ (દ્વિ પરિમાણીય) (3) ઘન (ત્રિ પરિમાણીય)

આમ, પૃથ્વી પર જોવા મળતા એક પરિમાણીય, દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારોના માપનનું શાસ્ત્ર ગણિતમાં ભૂમિતિ તરીકે ઓળખાય છે.

બાળક જન્મે છે ત્યારથી જ તેની દ્રષ્ટિ આસપાસની દુનિયા પર પડે છે. અને તે જુદા જુદા આકારોને ઓળખવાનું શરૂ કરે છે. બાળક મકાનના ખૂણાઓ જુએ છે. ઓરડાની દીવાલો અને તેની ધારો જુએ છે. રસ્તાઓની લંબાઈનું અવલોકન કરે છે. સુંદર વસ્તુના આકારો વિષે કુતૂહલ અનુભવે છે. આમ, બાળકને ઘરમાંથી અને તેની આસપાસની દુનિયામાંથી અવલોકન દ્વારા ભૂમિતિનો ખ્યાલ મળતો જ હોય છે. તેમાંથી જ તે કેટલીક બાબતોથી પરિચિત થાય છે. જેમ કે,

– સ્થાન – અંદર, બહાર, ઉપર, નીચે.
– અંતર – દૂર, પાસે, લાંબું, ટૂંકું
– આકાર – વાંકું, સીધું, ગોળ, ચોરસ
– સ્વરૂપ – ઘન, પ્રવાહી, દ્રવિલ, વાયુ

આમ ભૂમિતિ એ સ્થાન, અંતર અને આકારનું ગણિત છે. જેમ અંકગણિત એ સંખ્યાઓનું ગણિત છે તેમ ભૂમિતિ એ અવકાશનાં બિંદુઓનું ગણિત છે. તેથી જ પ્રાથમિક શાળાના ગણિતમાં ભૂમિતિનું વિશિષ્ટ સ્થાન છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં વાન હિલ્સના સંદર્ભે ભૌમિતિક ચિંતનસ્તર, પરિમિતિ, ક્ષેત્રફળ, પૃષ્ઠફળ, ઘનફળ જેવા દ્વિ પરિમાણીય કે ત્રિ પરિમાણીય શબ્દોની સમજ, એકરૂપતા અને સમરૂપતા, ભૌમિતિક આકારો અને માપન, ભૂમિતિનાં સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના, Geogebra સોફ્ટવેરની સમજ, સ્ટ્રો અને અન્ય પદાર્થોની મદદથી સમઘન, લંબઘન જેવા વિવિધ આકારોની રચનાની ચર્ચા કરવામાં આવેલ છે.

3.2 ઉદ્દેશો

– Van Hieles ના ભૌમિતિક ચિંતનસ્તર વિશે જાણે.
– દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીયના સંદર્ભે આવતા ગાણિતિક શબ્દો જાણે.
– સમરૂપતા અને એકરૂપતા વિશે જાણે.
– ભૌમિતિક આકારો વિશે જાણે.
– ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના કરે.
– Geogebra વિશે જાણે.
– સ્ટ્રો અથવા અન્ય વસ્તુઓની મદદથી અનેક સપાટીઓવાળા ઘન વિશે જાણે.

3.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ

- વિદ્યાર્થીઓને ભૂમિતિ શીખવતી વખતે Van Hielesના ભૌમિતિક ચિંતનધારાનો ઉપયોગ કરી શકશે.
- દ્વિ પરિમાણ અને ત્રિ પરિમાણના સંદર્ભે આવતા ગાણિતિક શબ્દોની સમજ ઉદાહરણ દ્વારા આપી શકશે.
- સમરૂપતા અને એકરૂપતાની સૈદ્ધાંતિક સમજ ઉદાહરણ દ્વારા આપી શકશે.
- વિવિધ ભૌમિતિક આકારો વિશે માહિતી આપી શકશે.
- ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના કરી શકશે.
- Geogebra સોફ્ટવેરનો શિક્ષણકાર્ય દરમ્યાન ઉપયોગ કરી શકશે.
- સ્ટ્રો કે અન્ય વસ્તુની મદદથી અનેક સપાટીઓવાળા ઘન બનાવી શકશે.

3.4 ભૂમિતિનું માળખું (Structure of geometry)

વ્યકિત પોતાની વાત, વિચાર સમજાવવા ક્રમિક અને તર્કબદ્ધ દલીલ કરે છે. ગણિત શિક્ષણ દ્વારા અધ્યેતામાં આવું કૌશલ્ય કેળવાય એ જરૂરી છે. આપણે ધોરણ – 12 સુધીમાં અંકગણિત, બીજગણિત, ભૂમિતિ, આંકડાશાસ્ત્ર વગેરેનો અભ્યાસ કર્યો છે. ભૂમિતિ વર્ણનાત્મક છે અને તેમાં તાર્કિક દલીલ વડે પગથીયા વાર આગળ વધવાનું હોય છે. તર્કસંગત રજુઆતના કૌશલ્યને કેળવવા ભૂમિતિ પ્રમાણમાં વધુ ઉપયોગી છે. ભૂમિતિમાં વિશિષ્ટ શબ્દસમૂહો, પદો, પૂર્વધારણાઓ, અવ્યાખ્યાયિત પદો, વ્યાખ્યાઓ, પ્રમેયો, ઉપપ્રમેયો, જેવી અનેકવિધ બાબતોનો સમાવેશ થાય છે. આપણે તેમનો ક્રમશ: પરિચય મેળવીએ.

- શબ્દ સમૂહો (Special Phrases)
- વધારેમાં વધારે
- ઓછામાં ઓછું
- એક અને માત્ર એક
- શરતી વિધાન   જો....તો.....
- દ્વિશરતી વિધાન જો....તો...અને ...તો...જ.....

- **પદ (Terms)**

દરેક વિધાનમાં પદ હોય છે. પદોના ચોક્કસ અર્થ હોય છે. પદોના અર્થને બરાબર સમજવા જરૂરી છે.

પદ

વ્યાખ્યાયિત પદ	અવ્યાખ્યાયિત પદ
ઉદા. રેખાખંડ, કિરણ, ખૂણો, ત્રિકોણ	ઉદા. રેખા, બિન્દુ, અવકાશ, સમતલ

- **પૂર્વધારણા (Pasulates)** – ભૂમિતિમાં જે વિધાનો સરળ અને સહજ હોય કે જેને સાબિત કરવાની જરૂર નથી, જે સત્યોને સાબિતી વગર સ્વીકારી લેવામાં આવે તે (વિધાનોને) સત્યોને પૂર્વધારણા કહેવામાં આવે છે. ઉદા. અવકાશ બિંદુઓનો ગણ છે.

- **વ્યાખ્યાઓ (Definations)**

ગણિત શિક્ષણમાં વ્યાખ્યા મહત્ત્વનું સ્થાન ધરાવે છે. વ્યાખ્યા એટલે એવાં પદ કે શબ્દસમૂહ કે જે વિશિષ્ટ અને ચોક્કસ અર્થ ધરાવે છે. કોઈપણ સ્થળે અને કાળે સ્પષ્ટતા નિશ્ચિત હોય છે, સાચી હોય છે. વ્યાખ્યા વિશે દરેક એકસમાન અર્થ દર્શાવે છે. ઉ.દા. ખૂણો, ત્રિકોણ, ક્ષેત્રફળ, ઘનફળની વ્યાખ્યા.

- કોઈ દ્વિ પરિમાણ આકારે સમતલમાં રોકેલ જગ્યાના માપને ક્ષેત્રફળ કહે છે.
- કોઈ ત્રિ પરિમાણ આકારે અવકાશમાં રોકેલ જગ્યાના માપને ઘનફળ કહે છે.

- **પ્રમેય**

ભૂમિતિમાં શરતી વિધાનો તર્કબદ્ધ દલીલો વડે સાબિત કરવામાં આવે છે. તે વિધાનને પ્રમેય કહે છે. પ્રમેયમાં આપેલ શરતી વિધાનને પક્ષ કહેવાય છે. તાર્કિક દલીલ દ્વારા જે સાબિત કરવાનું છે તેને સાધ્ય કહેવાય છે. તાર્કિક દલીલોનાં ક્રમિક પગથિયાંને સાબિતી કહેવાય.

સાબિતીના પ્રકારો
- પ્રત્યક્ષ સાબિતી
- પરોક્ષ સાબિતી
  - અનિષ્ટાપત્તિની રીત
  - વિકલ્પ નિવારણની રીત

- **પ્રત્યક્ષ સાબિતી**

આ રીતમાં વિધાન પરથી ક્રમબદ્ધ તાર્કિક દલીલ દ્વારા સાધ્ય પર પહોંચવાનું હોય છે.

- **અનિષ્ટાપત્તિની રીત (ખોટી દલીલની ઓળખ)**

આ રીતમાં જે સાબિત કરવાનું છે તે સત્ય નથી તેમ ધારવામાં આવે છે. આ ધારણા પર વ્યાખ્યા, પૂર્વધારણા, પ્રમેયો અને અન્ય પરિણામોની મદદથી દલીલ કરવામાં આવે છે. પરિણામ જે મળે તે પક્ષથી વિરુદ્ધ હોય છે. આથી આપણી ધારણા ખોટી છે અને સાબિત કરવાનું વિધાન સત્ય છે તેમ સ્વીકારવામાં આવે છે.

- **વિકલ્પ નિવારણની રીત**

સાધ્ય માટે જુદા જુદા વિકલ્પો વિચારાય છે. દરેક વિકલ્પની ચકાસણી કરવામાં આવે છે. પક્ષની વિરુદ્ધનો જે વિકલ્પ છે તે શક્ય ન બને અને છેલ્લે બાકી રહેતો વિકલ્પ સત્ય છે, તેમ સ્વીકારાય છે. આ રીતને વિકલ્પ નિવારણની રીત કહે છે.

- **સાદી ભ્રમણા – તર્ક દોષ**

કેટલીક બાબતો પ્રથમ નજરે સાચી લાગે, પણ પછીથી ચકાસણી કરતાં ખોટી જણાય; આવી બાબતોની સમજને ભ્રમણા – તર્કદોષ કહેવામાં આવે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. 'વધારેમાં વધારે અને ઓછામાં ઓછું' શબ્દસમૂહનો અર્થ ઉદાહરણ દ્વારા સમજાવો.
2. પૂર્વધારણા એટલે શું ?
3. વ્યાખ્યાની સમજ આપો.
4. પક્ષ અને સાધ્યની સમજ લખો.

3.5 વાન હિલ્સ (Pierre M. Van Hieles) થિયરી

- પિએરે વાન હિલ્સ નેધરલેન્ડના ગણિતશાસ્ત્રી હતા. તેઓ બાલમંદિરમાં શિક્ષક હતા અને તેમણે ગણિતમાં ભૂમિતિના ભૌમિતિક આકારો સંબંધી ક્ષેત્રમાં નોંધપાત્ર યોગદાન આપેલ છે.
- તેઓ જયારે વિદ્યાર્થીઓને સ્કૂલમાં ભૂમિતિનું શિક્ષણ આપતા હતા ત્યારે નોંધ્યું કે તેમના વિદ્યાર્થીઓને ભૂમિતિ શીખવવામાં ખૂબ મુશ્કેલી પડે છે. તેમની આ મુશ્કેલીએ તેમને ભૂમિતિમાં વૈચારિક સ્તર આધારિત થિયરી વિકસાવવામાં મદદ કરી. તેમણે નોંધ્યું કે ભૂમિતિ શીખતી વખતે વિદ્યાર્થીઓ જે વસ્તુને ઓળખતા હોય, પહેલેથી પરિચિત હોય તેવી આકૃતિઓની જ ભૌમિતિક સાબિતીઓ લખી શકે છે
- વાન હિલ્સ માનતા હતા કે ભૂમિતિમાં લેખિત સાબિતી આપવા માટે પ્રમાણમાં ઊંચા વૈચારિક સ્તરની જરૂર પડે છે. અને ઘણાં વિદ્યાર્થીઓને ચોક્કસ ભૌમિતિક સિદ્ધાંતોને શીખવા માટે નીચા વૈચારિક સ્તરના ઘણા અનુભવોની જરૂર પડે છે.
- વાન હિલ્સનો સિદ્ધાંત શિક્ષકોને વર્ગખંડમાં ભૂમિતિનું શિક્ષણ કઈ રીતે આપવું તેનું સરળ માર્ગદર્શન પૂરું પાડે છે.

3.5.1 ભૌમિતિક ચિંતન સ્તર

ભૂમિતિનું શિક્ષણ કયા સ્તરથી શરૂ કરવું જોઈએ ? પ્રશ્નનો જવાબ અલબત્ત વિદ્યાર્થીઓના સ્તર પર આધાર રાખે છે. આ વૈચારિક સ્તર એટલે શું ? આ સમજવા આપણે એક ઉદાહરણ જોઈએ.

દા. ત. 8 અને 9 વર્ષની બે છોકરીઓને એક બગીચામાં મૂકવામાં આવે છે અને પ્રશ્ન પુછાય છે. બગીચામાં જાગૃત અવસ્થામાં તમને શું વિચાર આવે છે ?

છોકરી 1 - મને બગીચામાં કોઈ વિચાર નથી આવતો. મને વૃક્ષો, ફૂલો, પક્ષીઓ વગેરે દેખાય છે.

છોકરી 2 - તો પછી તું વિચારમાં જ છે, કારણ કે જો તું વૃક્ષો, ફૂલો, પક્ષીઓને પહેલાં ઓળખતી જ ન હોય તો તને વૃક્ષો, ફૂલો, પક્ષીઓ કહેવાય તેનો ખ્યાલ ન આવી શકે. તેથી તેં વિચાર તો કર્યો છે પણ શબ્દના ઉપયોગ વિના.

- આમ ઉપરના ઉદાહરણ પરથી આપણે કહી શકીએ કે જે વસ્તુઓથી આપણે પ્રથમથી જ પરિચિત હોઈએ તેવી વસ્તુને આપણે કોઈ પણ શબ્દોના ઉપયોગ વિના વિચારી લઈએ અને ઓળખી લઈએ છીએ. વાન હિલ્સ આને પ્રારંભિક ચિંતન કહે છે. જેને બીજા શબ્દોમાં અશાબ્દિક ચિંતન પણ કહી શકાય.

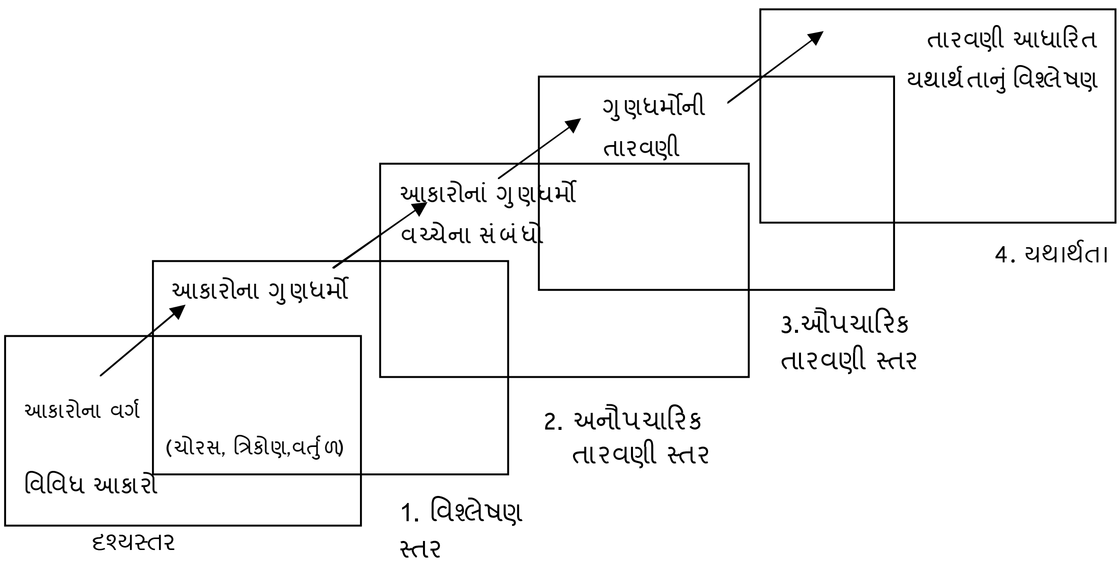
અશાબ્દિક ચિંતનનું પણ ચોક્કસ મહત્ત્વ છે. મોટા ભાગમાં સામાન્ય વિચારોના મૂળમાં અશાબ્દિક ચિંતન જ રહેલું છે. અને મોટા ભાગના નિર્ણયો આ પ્રકારનાં ચિંતનોમાંથી જ ઉદ્ભવે છે. આપણે વસ્તુઓને શબ્દો વિના ઓળખી લઈએ છીએ, આપણે જાણીતી વ્યક્તિઓના ચહેરાઓ શબ્દોના ઉપયોગ વિના જ ઓળખી કાઢીએ છીએ.

– વાન હિલ્સ વિદ્યાર્થીઓના ભૌમિતિક ચિંતનને વિકસાવવા માટે પ્રવૃત્તિ દ્વારા શિક્ષણની હિમાયત કરે છે. અને તે માટે તેણે પોતાનું ભૌમિતિક આકૃતિઓ આધારિત મોઝેક પઝલ મૉડેલ પણ વિકસાવ્યું છે.

– વાન હિલ્સ મુજબ વિદ્યાર્થીઓનું આકૃતિઓને જોયા પછીના ચિંતનનું સ્તર કેટલાક ચોક્કસ ક્રમને અનુસરે છે. અને આ ક્રમના તાર્કિક વિકાસશીલ વિચારો દ્વારા વિદ્યાર્થી ભૌમિતિક આકારોને ઓળખીને સમજી શકવાનું લક્ષણ ધરાવે છે.

– વાન હિલ્સના મતાનુસાર વિદ્યાર્થીઓનું ભૌમિતિક ચિંતનસ્તર નીચે મુજબના પાંચ ક્રમમાં વિકાસશીલ હોય છે.

વાન હિલ્સનું ભૌમિતિક ચિંતન સ્તર



વાન હિલ્સ ભૌમિતિક ચિંતન સ્તરને વિસ્તૃત રીતે નીચે મુજબના કોષ્ટક પરથી સમજી શકાય.

Level	Name	વર્ણન	ઉદાહરણ
0	દશ્ય સ્તર	- આખી ભૌમિતિક આકૃતિને સમગ્ર સ્વરૂપે જોઈ શકે - તેનું ચોક્કસ બાબતો પર ધ્યાન કેન્દ્રિત નથી થતું.	- વિદ્યાર્થી ચતુષ્કોણને ઓળખી શકે. - પણ તેના ચારેય ખૂણા કાટખૂણા અને ચાર એકરૂપ બાજુ વિશે સ્પષ્ટ ન હોય.
1	વિશ્લેષણ સ્તર	– દરેક આકૃતિને જુદા ગુણધર્મોને સંબંધે તે જાણે – આકૃતિને તેના ગુણધર્મોને ઓળખી શકે.	- સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણને સમાંતર બાજુની બે જોડ હોય છે. અને તેથી જે ચતુષ્કોણની બાજુઓની બે જોડ સમાંતર હોય તે ચતુષ્કોણ સમાંતર બાજુ ચતુષ્કોણ કહેવાય તે ઓળખી શકે.
2	અનૌપચારિક તારવણી સ્તર	– આકૃતિઓ વચ્ચેના આંતરસંબંધો જોઈ ઓળખી શકે. – ગુણધર્મોનો તાર્કિક ક્રમ તારવી શકે.	- યોગ્ય ખૂણાઓ સાથે આપેલા ચતુષ્કોણને વિદ્યાર્થી ચોરસ કે લંબચોરસ તરીકે ઓળખી શકે છે.
3	ઔપચારિક તારવણી સ્તર	-આકૃતિને યાદ રાખવાની બાબતે તેમની સાબિતી રચે છે. – એક કરતાં વધારે સાબિતી રચવાની શક્યતાઓ જુએ છે.	- આપેલ ચતુષ્કોણના ત્રણ ગુણધર્મો પરથી વિદ્યાર્થી જાતે જ તાર્કિક રીતે ધારણા બાંધે કે કયું વિધાન કયો ચતુષ્કોણ સૂચિત કરે છે.
4	યથાર્થતા	- ભૂમિતિને અમૂર્ત રીતે સમજી શકાય છે,તે શીખે છે. - ભૌમિતિક તંત્રના બંધારણને જોઈ – સમજી શકે છે.	- વિદ્યાર્થી સમજે છે કે બીજા ભૌમિતિક આકારોનું અસ્તિત્વ છે. - ભૂમિતિમાં ધારણા, પૂર્વધારણાઓ, સિદ્ધાંતો અને પ્રમેયોનું મહત્ત્વ સમજે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો –

– વાન હિલ્સની ચિંતન સ્તર થિયરીનું મહત્ત્વ જણાવો.

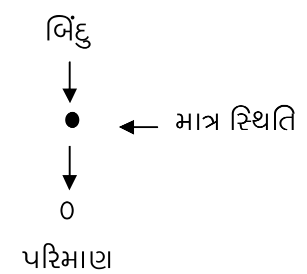
– વાન હિલ્સ થિયરીના તાર્કિક તબક્કા જણાવો.

3.6 પ્રાથમિક દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારો

પરિમાણ એટલે વસ્તુની સ્થિતિ નિર્દેશ કરતો એક ભાગ. બીજા શબ્દોમાં કહીએ તો કોઈ ચોક્કસ દિશામાં લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ કે ઊંડાઈના સંદર્ભમાં કંઈક હોવા અંગેનું માપ એટલે પરિમાણ. વસ્તુના સંદર્ભમાં જેમ પરિમાણોની સંખ્યા વધે તેમ તે વસ્તુની સ્થિતિ અંગેની સ્પષ્ટતા પણ વધે. દા. ત. રેખાખંડ એ લંબાઈ કે પહોળાઈ જેવું એક જ પરિમાણ ધરાવે છે. સમતલ એ લંબાઈ અને પહોળાઈ જેવાં બે પરિમાણો ધરાવી શકે. જ્યારે સમઘન જેવી આકૃતિ લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ જેવાં ત્રણ પરિમાણો ધરાવે છે.

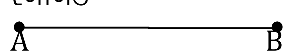
નીચેનાં ઉદાહરણો દ્વારા પરિમાણને સમજીએ,

(1) બિંદુ –



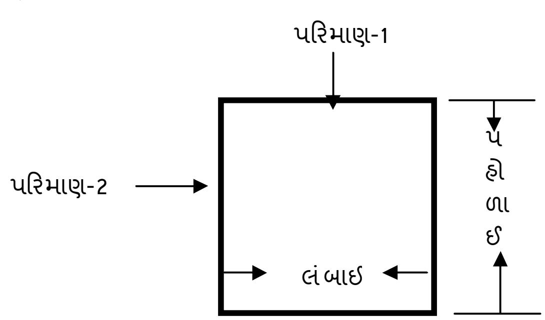
- બિંદુને આપણે ટપકા સ્વરૂપે જોઈ શકીએ છીએ.
– તેને કોઈ કદ, આકાર કે માપ હોતા નથી, તેની માત્ર સ્થિતિ હોય છે.
– બિંદુને કોઈ પરિમાણ નથી.

(2) રેખાખંડ –



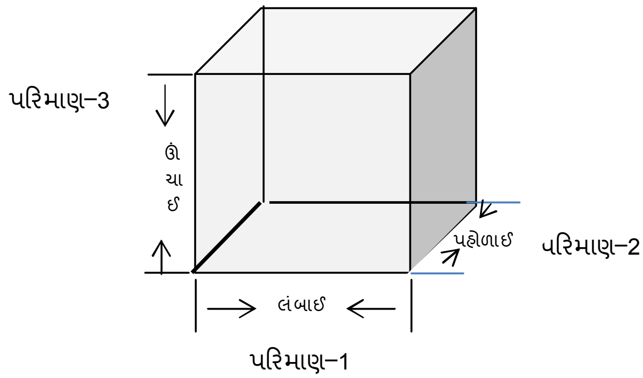
- રેખાખંડને લંબાઈ જેવું એક પરિમાણ હોય છે.
– રેખાખંડ પર કોઈ એક બિંદુનું સ્થાન શોધવા માત્ર એક જ કિંમતની જરૂર પડે છે. માટે રેખાખંડ એકપરિમાણીય છે.
– આમ રેખા, રેખાખંડ અને કિરણ વગેરે એક પરિમાણીય છે.

(3) સમતલ –



- ઉપર મુજબની લંબચોરસ સમતલીય આકૃતિ લંબાઈ અને પહોળાઈ જેવાં બે પરિમાણો ધરાવે છે. માટે તે દ્વિ પરિમાણીય આકૃતિઓ છે.
– કેટલાક જાણીતા સમતલીય આકારો જેવા કે, ચોરસ, ત્રિકોણ, વર્તુળ વગેરે દ્વિ પરિમાણીય આકૃતિઓ છે.

(4) સમઘન જેવી અવકાશમાં જગ્યા રોકતી આકૃતિઓ –



ઉપરની આકૃતિ અવકાશમાં જગ્યા રોકે છે. તથા લંબાઈ, પહોળાઈ અને ઊંચાઈ કે ઊંડાઈ જેવાં ત્રણ પરિમાણ ધરાવે છે, માટે તે ત્રિ પરિમાણીય છે.

અવકાશમાં જગ્યા રોકતી બધી જ આકૃતિઓ જેવી કે, સમઘન, લંબઘન, ગોળો, નળાકાર વગેરે ત્રિ પરિમાણીય આકારો છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો
1. પરિમાણ એટલે શું ?
2. દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારોના વ્યાવહારિક ઉદાહરણો જણાવો.

3.7 એકરૂપતા અને સમરૂપતા–

❖ **એકરૂપતા –**

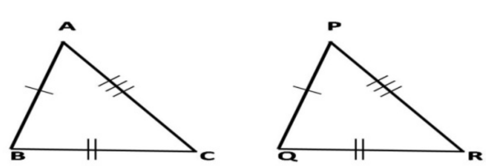
એકરૂપ આકૃતિઓ એટલે એવી આકૃતિઓ કે જેમના આકાર અને ક્ષેત્રફળ સમાન હોય, સાદી ભાષામાં કોઈ આકૃતિને અરીસામાં જોવામાં આવે અથવા તેની તે જ કદની ઝેરોક્ષ નકલ તે આકૃતિની એકરૂપ આકૃતિ કહેવાય.

એકરૂપતા દર્શાવવા $\cong$ સંકેત વપરાય છે.

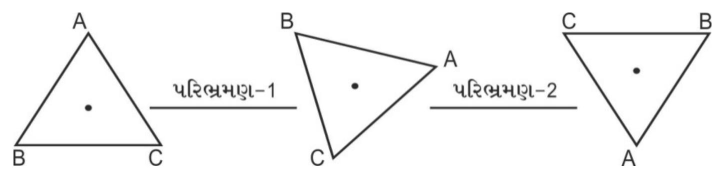
દા. ત.

- કોઈ બે રેખાખંડો સમાન લંબાઈ ધરાવતા હોય તો તેને એકરૂપ રેખાખંડો કહેવાય.
- જે બંધ આકૃતિઓનાં વિવિધ પરિમાણોનાં માપ સમાન હોય તે એકરૂપ આકૃતિઓ કહેવાય.

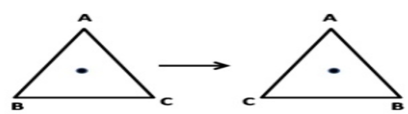
જેમ કે, ΔABC અને ΔPQR માટે જો,



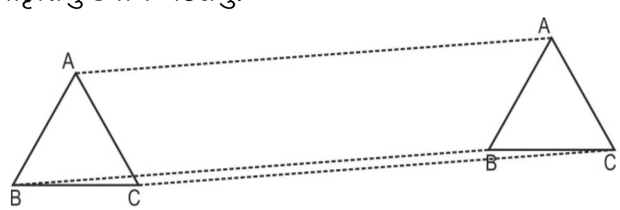
$\angle A \cong \angle P$, $\angle B \cong \angle Q$, $\angle C \cong \angle R$,તથા,
$\overline{AB} \cong \overline{PQ}$, $\overline{BC} \cong \overline{QR}$, $\overline{AC} \cong \overline{PR}$ હોય તો,
ΔABC અને ΔPQR એકરૂપ ત્રિકોણો છે.
નીચેની રીતે પણ એકરૂપ આકૃતિઓ મળી શકે.
(1) આકૃતિનું કેન્દ્રમાંથી ઘૂમવું.



(2) કોઈ આકૃતિનું પ્રતિબિંબ –



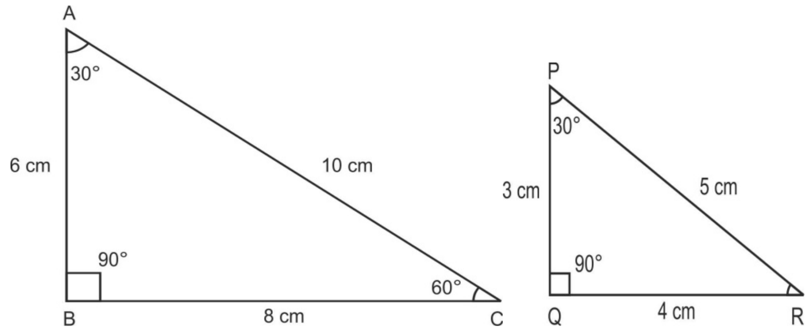
(3) આકૃતિનું સ્થાન બદલવું.



❖ **સમરૂપતા –**

- જ્યારે કોઈ બે સમતલીય આકૃતિઓના આકાર સમાન હોય પણ તેમના ક્ષેત્રફળમાં તફાવત હોય ત્યારે તે સમરૂપ આકૃતિઓ કહેવાય છે.
- આવી આકૃતિઓ આકારની દૃષ્ટિએ સમાન દેખાય છે.
- કોઈ આકૃતિની એન્લાર્જ કે કોમ્પ્રેસ કરેલી ઝેરોક્ષ નકલ તે આકૃતિની સમરૂપ આકૃતિ કહેવાય છે.
  સમતલીય આકૃતિઓના અનુરૂપ ખૂણાઓના માપ સમાન હોય અને તેમનું નિરૂપણ કરતી બાજુઓ સમ પ્રમાણમાં હોય તેવી આકૃતિઓ સમરૂપ આકૃતિઓ કહેવાય છે.

દા. ત.

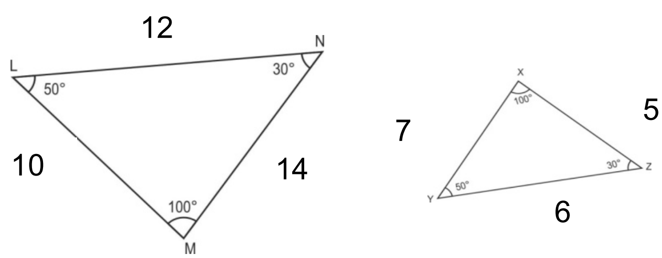


અહીં $m\angle A = m\angle R = 30^0$, $m\angle B = m\angle Q = 90^0$, $m\angle c = m\angle R = 60^0$

અને $\frac{AB}{PQ} = \frac{BC}{QR} = \frac{AC}{PR} = 2$

$\therefore \Delta ABC$ અને ΔPQR સમરૂપ ત્રિકોણો છે.

સમરૂપતા દર્શાવવા ~ સંકેત વપરાય છે.



અહીં $m\angle L = m\angle Z = 50^0$, $m\angle M = m\angle X = 100^0$, $m\angle N = m\angle Y = 30^0$

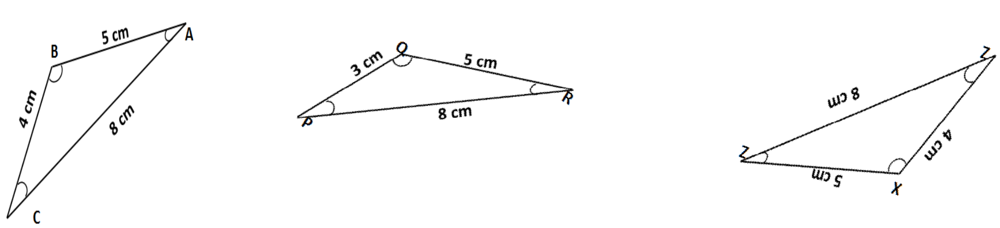
અને $\frac{LM}{ZX} = \frac{MN}{XY} = \frac{LN}{YZ}$

$\therefore \Delta LMN$ અને Δ XYZ સમરૂપ ત્રિકોણો છે.તેને સંકેતમાં $\Delta LMN \sim \Delta XYZ$

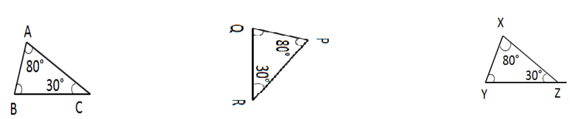
તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

નીચેનામાંથી કયા બે ત્રિકોણો એકરૂપ છે તે શોધો અને તેમની એકરૂપતા માટેનાં કારણો આપો.

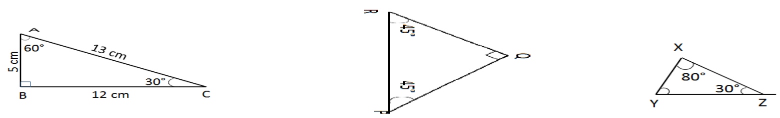
1.



2.



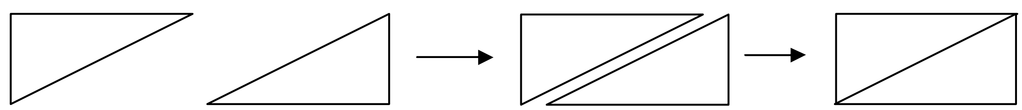
નીચેનામાંથી કયા ત્રિકોણો સમરૂપ છે ? તેમની સમરૂપતાનાં કારણો આપો.



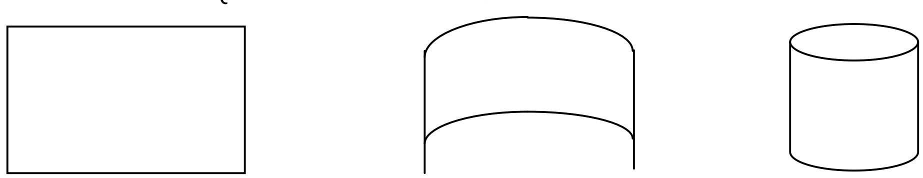
3.8 રૂપાંતરણ અને ભૌમિતિક આકારો

રૂપાંતરણ એટલે કોઈ વસ્તુનું એકમાંથી બીજા સ્વરૂપમાં ફેરવવું તે. ભૂમિતિમાં પણ રૂપાંતરણનું ચોક્કસ મહત્ત્વ રહેલ છે. કેટલાક ભૌમિતિક આકારોને જોડવાથી,તોડવાથી, વાળવાથી, તેની બાજુઓ કે ખૂણાઓના માપમાં ફેરફાર કરવાથી, એક જ આકારને બીજા પર મૂકવાથી તેના મૂળ સ્વરૂપ કરતાં નવા જ આકારની રચના થાય છે. આ ઘટના ભૂમિતિમાં રૂપાંતરણ કહેવાય છે.

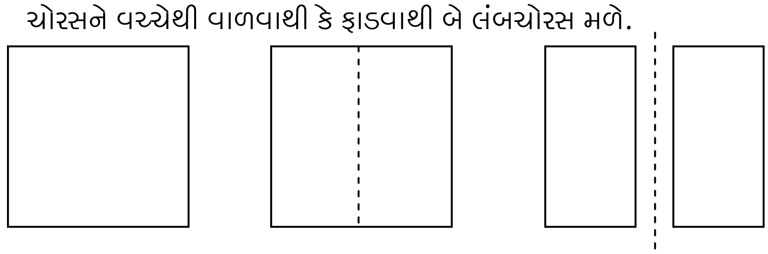
દા. ત. બે ત્રિકોણને જોડવાથી ચતુષ્કોણ બને છે.



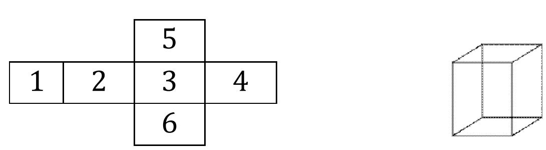
લંબચોરસને વક્રસ્વરૂપે વાળવાથી પોલો નળાકાર બને છે.



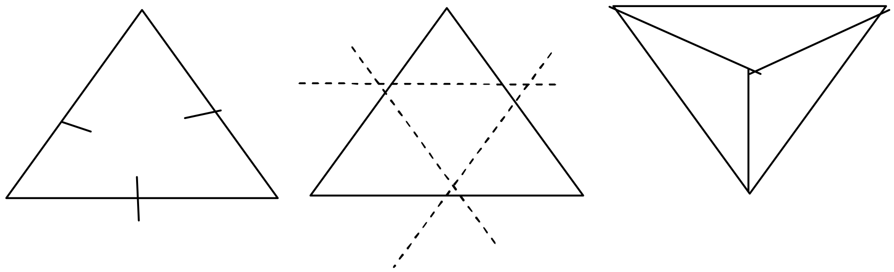
ચોરસને વચ્ચેથી વાળવાથી કે ફાડવાથી બે લંબચોરસ મળે.



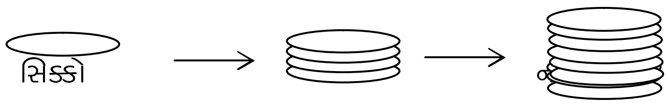
નીચે દર્શાવ્યા પ્રમાણે છ ચોરસને યોગ્ય રીતે ગોઠવતાં ત્રિ પરિમાણીય આકાર સમઘન બને.



સમબાજુ ત્રિકોણને ચોક્કસ રીતે વાળવાથી પ્રિઝમ બને છે.



એક કરતાં વધારે સિક્કાઓ એકબીજા પર ગોઠવવાથી નળાકાર બને છે.



આમ, આ પ્રકારે ભૌમિતિક આકારોમાંથી તેના રૂપાંતરણ દ્વારા અન્ય દ્વિ પરિમાણ કેત્રિ પરિમાણ જેવા આકારોમાં ફેરવી શકાય છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

ભૂમિતિમાં રૂપાંતરણ એટલે શું?

ચોરસ આકૃતિમાંથી સમઘનનું રૂપાંતરણ આકૃતિ દોરી સમજાવો.

3.9 માપન અને ભૌમિતિક આકારો

ભૌમિતિક આકારોનાં રૂપાંતરણો વિશે સમજ મેળવ્યા પછી આ વિવિધ પ્રકારના આકારોના માપન વિશેનો સામાન્ય ખ્યાલ મેળવવો જરૂરી છે. લંબાઈ, પહોળાઈ જેવા એકપરિમાણીય આયામોને માપપટ્ટીની મદદથી સરળતાથી માપી શકાય છે તે આપણે જાણીએ છીએ. હવે કંપાસપેટીનાં સાધનોની મદદથી વિવિધ આકારોના માપન વિશે માહિતી મેળવીએ.

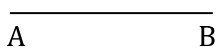
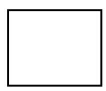
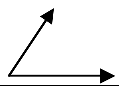
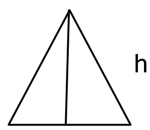
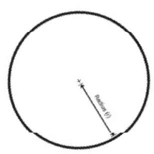
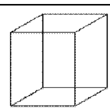
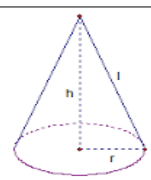
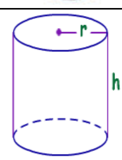
ભૌમિતિક આકારોની ચોકસાઈપૂર્વકની માપન પ્રક્રિયા માટે કંપાસપેટીનાં સાધનો જેવાં કે માપપટ્ટી, કોણમાપક, પરિકર, દ્વિભાજક અને કાટખૂણિયા (સેટ સ્કવેર) જેવાં સાધનોનો ઉપયોગ થાય છે.

આ સાધનોની ઉપયોગિતા નીચે દર્શાવેલ છે.

નં.	કંપાસપેટીનું સાધન	ઉપયોગિતા
1	માપપટ્ટી	સીધી લીટી, રેખાખંડ દોરવા માટે લંબાઈ, ઊંચાઈ, ઊંડાઈ, પહોળાઈ માપવા માટે
2	કોણમાપક	આપેલ ખૂણાનું માપન કરવા, યોગ્ય માપનો ખૂણો દોરવા.
3	પરિકર	વર્તુળની રચના કરવા માટે
4	દ્વિભાજક (બે અણી ધરાવતું સાધન)	આપેલ રેખાખંડની લંબાઈ નક્કી કરવા માટે, આપેલ સમતલીય આકારોની બાજુઓનાં માપ નક્કી કરવા માટે વર્તુળની ત્રિજ્યા કે વ્યાસનું માપ નક્કી કરવા માટે
5	કાટખૂણિયા (સેટ સ્કવેર)	કાટકોણ દોરવા, ખૂણાનો પ્રકાર નક્કી કરવા, આપેલ રેખાને સમાંતર રેખા દોરવા માટે, આપેલ રેખાને લંબ રેખાખંડ રચવા માટે.

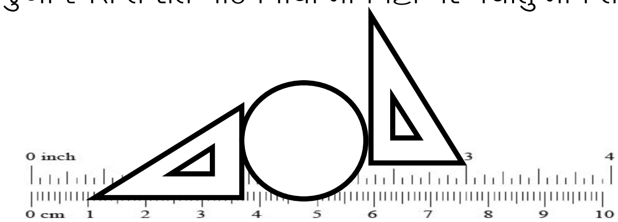
આમ, ઉપર મુજબના કંપાસપેટીનાં સાધનોની મદદથી વિવિધ પ્રકારના ભૌમિતિક આકારો દોરી, રચી શકાય છે તેમજ તેમનું માપન પણ કરી શકાય છે.

નીચે કેટલાક ભૌમિતિક આકારો, તેમને માપવાનાં સાધનો તથા તેમને કેવી રીતે માપી શકાય તેની માહિતી આપેલ છે.

નં.	ભૌમિતિક આકાર	માપન સાધન	માપન આયામ અને એકમ	માપન સૂત્ર
1		માપ પટ્ટી	લંબાઈ મીટર, સે.મી.	સીધું જ માપન થાય છે.
2		માપ પટ્ટી કોણ માપક	પરિમિતિ(મીટર, સે.મી.) ક્ષેત્રફળ(ચો.મી.,ચો.સે.મી.)	$4l$ l^2
3		માપ પટ્ટી કોણ માપક	અંશમાપ $(^0)$	સીધું જ માપન થાય છે.
4		માપ પટ્ટી કોણ માપક સેટ સ્કવેર	પરિમિતિ (મીટર,સે.મી.) ક્ષેત્રફળ(ચો.મી.,.સે.મી.)	$a+b+c = P$ $\frac{1}{2}(b \times h)$
5		પરિકર માપ પટ્ટી	ક્ષેત્રફળ(ચો.મી.,ચો.સે.મી.) પરિમિતિ (મીટર, સેમી)	πr^2 $2\pi r$
6		માપ પટ્ટી	પૃષ્ઠફળ(ચો.મી.,ચો.સે.મી.) ઘનફળ(ઘનમી.,ઘનસે.મી.)	$6l^2$ l^3
7		માપ પટ્ટી પરિકર દ્વિભાજક સેટસ્ક્વેર	ક્ષેત્રફળ(ચો.મી.,ચો.સે.મી.) ઘનફળ (ઘન મી./ઘન સે.મી.)	$\pi r\ (r + l)$ $\frac{1}{3}\pi r^2 h$
8		દોરી માપ પટ્ટી મીટર પટ્ટી	પૃષ્ઠફળ (ચો.મી., ચો.સે.મી.) ઘનફળ (ઘન મી./ઘન સે.મી.)	$4\pi r^2$ $\frac{4}{3}\pi r^3$
9		માપ પટ્ટી ડિવાઈડર (દ્વિભાજક) સેટ સ્કવેર	ક્ષેત્રફળ (ચો.મી./ ચો.સે.મી.) ઘનફળ (ઘન મી./ઘન સે.મી.)	$2\pi r(h + 2r)$ $\pi r^2 h$

સેટ સ્કવેરની મદદથી નળાકારનો વ્યાસ શોધવો –

– માપપટ્ટી પર નળાકારને આડો મૂકી નળાકારની વક્રાકાર સપાટીને બન્ને સેટ સ્કવેરની કાટખૂણવાળી બાજુઓ સ્પર્શે તે રીતે ગોઠવવાથી માપપટ્ટી પર વંચાતું માપ તે નળાકારનો વ્યાસ દર્શાવે છે.



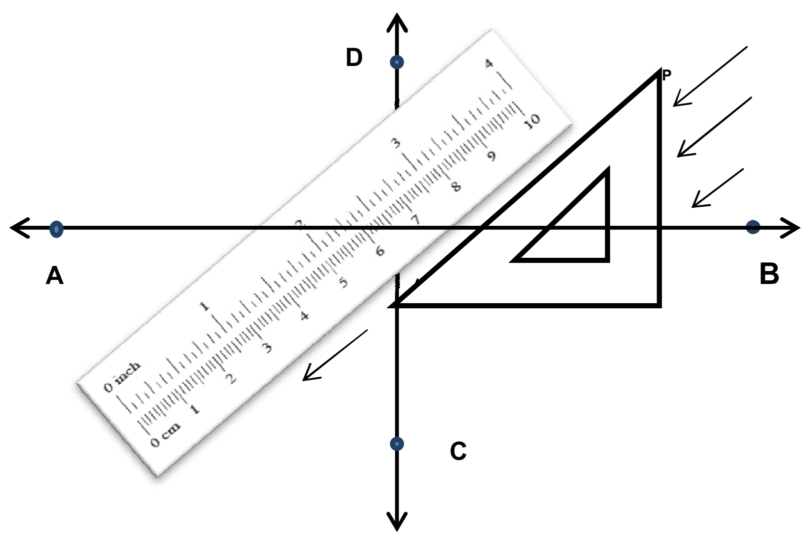
તમારી પ્રગતિ ચકાસો

– કંપાસપેટીનાં સાધનોની યાદી જણાવી, દરેકનો એક એક ઉપયોગ લખો.
– સેટ સ્કવેર (કાટખૂણિયા)ની મદદથી નળાકારનો વ્યાસ શોધવાની પદ્ધતિ વર્ણવો.

3.10 ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના

ભૂમિતિમાં કંપાસપેટીનાં સાધનોની મદદથી ચોક્કસ માપના ભૌમિતિક આકારોની રચના કરી શકાય છે. ભૌમિતિક આકારોની રચના એટલે કંપાસપેટીનાં સાધનોની મદદથી ચોક્કસ રીતે રેખાઓ, રેખાખંડો, ખૂણાઓ અને આકારો દોરવા. આવા આકારોની રચના કરવા માટે માપપટ્ટી, પરિકર અને દ્વિભાજક જેવાં સાધનોનો ઉપયોગ થાય. આવી રચનાઓ શુદ્ધ સ્વરૂપની રચનાઓ કહેવાય છે. કેટલાક ભૌમિતિક આકારોની રચનાની પદ્ધતિઓ નીચે દર્શાવેલ છે.

3.10.1સેટ સ્કવેર અને માપપટ્ટીની મદદથી રેખા પરના આપેલા બિંદુએ લંબરેખા દોરવી.



પદ્ધતિ–

1.માપપટ્ટીની મદદથી $\overleftrightarrow{AB}$ રચો.

2.આકૃતિમાં દર્શાવ્યા અનુસાર કાટખૂણિયા (સેટ સ્કવેર)ની $\overline{QR}$ બાજુનું R બિંદુ $\overleftrightarrow{AB}$ ના બિંદુ O પર મૂકો.

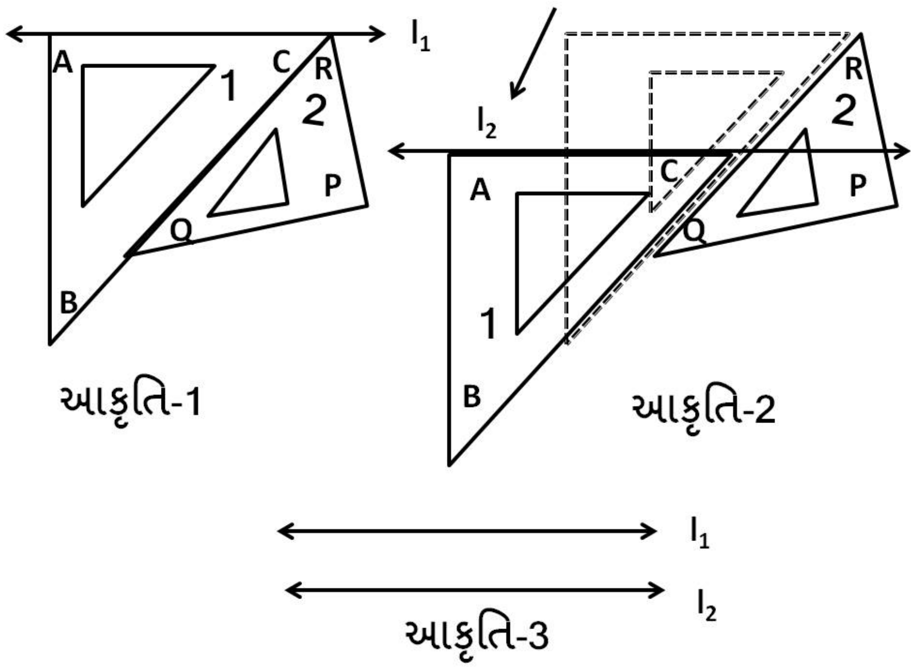
3.માપપટ્ટીની એક ધાર કાટખૂણિયાની $\overline{PR}$ બાજુને સ્પર્શે તેવી રીતે મૂકો.

4.માપપટ્ટી પર કાટખૂણિયાની $\overline{PR}$ બાજુને નીચેની તરફ (આકૃતિમાં દર્શાવ્યા મુજબ) બિંદુ P બિન્દુ 0 પર આવે ત્યાં સુધી ખસેડો.

5.બિન્દુ P માંથી $\overline{PQ}$ રચો. (કાટખૂણિયાની PQ ધારની મદદથી) જેને $\overleftrightarrow{CD}$ કહો.

6. આમ, $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ મળશે.

3.10.2 બે સેટ સ્ક્વેરની મદદથી આપેલી રેખાને સમાંતર રેખાની રચના કરવી.



- આકૃતિ – 1 મા દર્શાવ્યા મુજબ કાટખૂણિયા–2 ના કર્ણ પર કાટખૂણિયા–1નો કર્ણ મુકો.
- કાટખૂણિયા–1 ની બાજુ $\overleftrightarrow{AC}$ ની મદદથી રેખા l_1ની રચના કરો.
- આકૃતિ – 2 મા દર્શાવ્યા મુજબ કાટખૂણિયા–2 ને સ્થિર રાખી તેના કર્ણ પર કાટખૂણિયા–1 ના કર્ણને લગભગ 5 સેમી. જેટલો નીચેની તરફ સરકાવો.
- હવે કાટખૂણિયા–1 ની ખસેલી સ્થિતિમાં કાટખૂણિયા–1 ની બાજુ $\overleftrightarrow{AC}$ ની મદદથી રેખા l_2 ની રચના કરો.
- બંને કાટખૂણિયાને ખસેડી લેતા મળતી રેખા l_1 અને l_2 સમાંતર રેખાઓ મળશે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. શુદ્ધ સ્વરૂપની રચના કોને કહેવાય ?
2. સેટ સ્ક્વેરની મદદથી સમાંતર રેખાની રચના કરવાની પદ્ધતિ જણાવો.

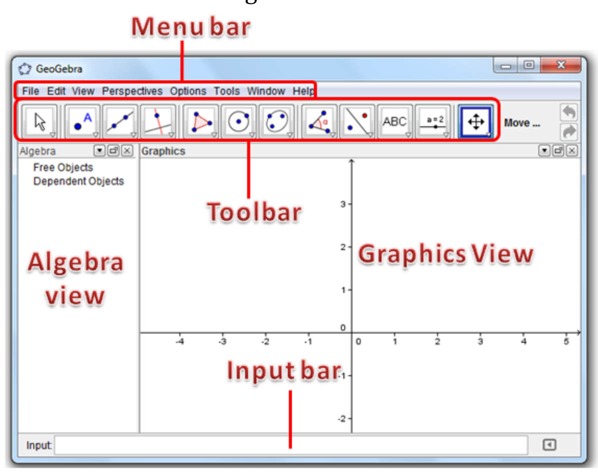
3.11 Geogebra

Geogebraએ એક સોફ્ટવેર છે. આ સોફ્ટવેર 2008માં માર્કસ હોહેનવોટર દ્વારા તૈયાર કરવામાં આવેલ છે. GeometryમાંથીGeo અને Algebra (બીજગણિત)માંથી gebra શબ્દ લઈ Geogebra નામ આપવામાં આવેલ છે. Geogebra સોફ્ટવેરને www.geogebra.orgપરથી નિઃશુલ્ક ડાઉનલોડ કરી શકાય છે. આ ઉપરાંત આ સોફ્ટવેરને શીખવા માટેની માર્ગદર્શિકા પણ આ વેબસાઈટ પરથી ડાઉનલોડ કરી શકાય છે. આ જ વેબસાઈટ પર Geogebra માટે Tutorial આપવામાં આવેલ છે. જેમાં કોઈ એક આકૃતિ કઈ રીતે બનાવી શકાય તેની માહિતી આપેલ છે. ઉપરાંત તે જ પાના પર સૂચના અનુસાર તમે જાતે આકૃતિ દોરીને અનુભવ મેળવી શકો છો.

દા.ત. સમાંતર રેખા કઈ રીતે દોરવી તો તેની સમજુતી Tutorial માં આપેલ છે.Tutorial માં આપેલ સમજુતી પ્રમાણે Tutorial માં જ આપણે સમાંતર રેખા જાતે દોરીને અનુભવ મેળવી શકીએ છીએ.

Geogebra ઈન્સ્ટોલ કરી તેના આઈકોન પર ડબલ કલીક કરતાં અહીં દર્શાવ્યા મુજબ સ્ક્રીન પર વિન્ડો દેખાય છે.

Geogebra Window



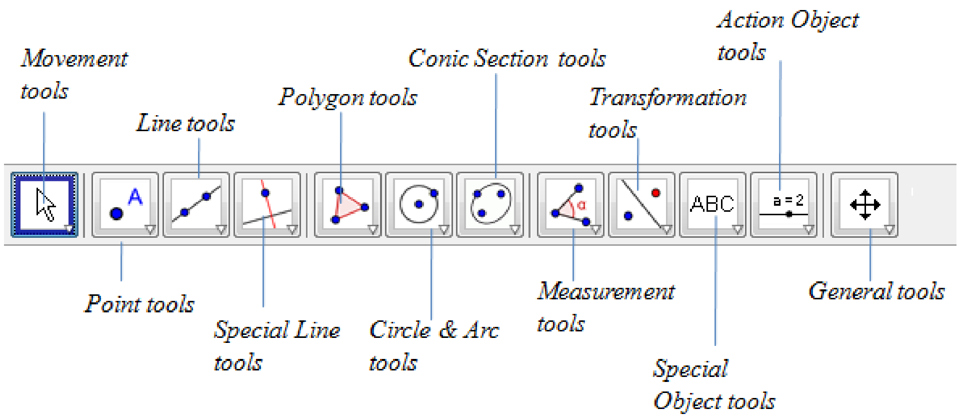
સ્ક્રીન પર મુખ્ય બે ભાગ જોવા મળે છે. (1) Graphics Window અને (2) Algebra Window

જમણી બાજુ દેખાતી Window, Graphics Window છે. અને તેમાં ભૌમિતિક આકારો દર્શાવેલ છે. આ વિન્ડોમાં x અક્ષ અને y અક્ષ દર્શાવેલ હોય છે. Graphical Window માં પસંદ કરેલ કોઈપણ આકૃતિને માઉસની મદદથી ડ્રેગ કરીને બદલી શકાય અથવા આકારમાં ફેરફાર કરી શકાય છે. આ ફેરફાર માટે તમારે Toolbar માં રહેલ Point Tools નો ઉપયોગ કરવો પડે.

ડાબી બાજુ દેખાતી Window એ Algebra Window છે. તેમાં આકૃતિની સંખ્યાકીય અથવા બીજગણિતીય માહિતી હોય છે.

Geogebraની Windowમાં સૌથી ઉપરની બાજુએ Menubar, તેની નીચે Tool Bar તથા સૌથી નીચેInput Field હોય છે. Toolbarમાં નિર્ધારિત આકૃતિ દોરવા કે તેમાં જરૂરિયાત મુજબના ફેરફાર કરવા માટેના Toolsઉપલબ્ધ હોય છે. ઉપલબ્ધ Toolsની વિગતો આકૃતિમાં દર્શાવેલ છે.

Toolbar Window



3.11.1 Geogebraએ KISS સિદ્ધાંત (Keep it Simple & Small) પર કાર્ય કરે છે. જેથી તેનો ઉપયોગ શિક્ષક અને વિદ્યાર્થી સરળતાથી કરી શકે છે. વિદ્યાર્થીઓ પોતે પોતાની રીતે આકૃતિઓનું સર્જન કરી શકે છે.Animationદ્વારા ગણિતના વિવિધ સિદ્ધાંતોનો ખ્યાલ આપી શકાય છે. કા.પા. પર અલગ અલગ પરિસ્થિતિ માટે અલગ અલગ આકૃતિ દોરવી પડે છે. જ્યારે Geogebra માં માઉસની મદદથી આકૃતિના શિરોબિંદુને ડ્રેગ કરવાથી સરળતાથી આકૃતિઓની અલગ અલગ પરિસ્થિતિ બદલી શકાય છે. Geogebra Software કમ્પ્યુટરમાં ખૂબ જ ઓછી જગ્યા રોકે છે. આ સોફ્ટવેર ઉચ્ચ પ્રાથમિકથી લઈ કોલેજ સુધીના વિદ્યાર્થીઓને ભૂમિતિ તથા બીજગણિત શીખવા અને શીખવવા માટે ખૂબ જ ઉપયોગી છે. ગણિતના ઘણા બધા ખ્યાલો આ સોફ્ટવેર દ્વારા સરળતાથી સમજી શકાય છે. માટે Geogebraનો ઉપયોગ શિક્ષકે વર્ગખંડમાં કરવો જોઈએ.

3.11.2 Geogebraનો ઉપયોગ

Geogebraદ્વારા ત્રિકોણ, ચતુષ્કોણ, પંચકોણ, વર્તુળ વગેરે દોરી શકાય છે. ઉપરાંત

– ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો 180^0 થાય છે તે એક જ ત્રિકોણમાં ખૂણાની સ્થિતિ બદલીને વિદ્યાર્થીઓને સરળતાથી સમજાવી શકાય છે.
– ચતુષ્કોણના ચારેય ખૂણાઓના માપનો સરવાળો 360^0 થાય છે તે એક જ ચતુષ્કોણમાં કોઈ એક ખૂણાની સ્થિતિ બદલીને સરળતાથી સમજાવી શકાય છે.
- રૈખિક કોણની જોડના ખૂણા પૂરક હોય છે તે સમજાવી શકાય છે.
– સમાંતર રેખાની છેદિકાથી બનતા યુગ્મકોણની જોડ એકરૂપ હોય છે.
– સમાંતર રેખાની છેદિકાથી બનતા અનુકોણની જોડ એકરૂપ હોય છે.
– સમાંતર રેખાની છેદિકાથી બનતા એક જ બાજુના અંતઃકોણની જોડ પૂરક હોય છે.

આમ, આ સોફ્ટવેર ખૂબ જ સરળ અને અસરકારક છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. Geogebra શું છે ?
2. Geogebra કયા બે શબ્દનો ભાગ છે ?
3. Geogebra ની મદદથી કઈ કઈ ગાણિતિક સંકલ્પનાઓ સમજાવી શકાય છે ?
4. Geogebra માં સ્ક્રીન પર મુખ્ય કયા બે ભાગ જોવા મળે છે અને તે ભાગોમાં કઈ કઈ બાબતો હોય છે ?

પ્રાયોગિક કાર્ય

Geogebra ની મદદથી નીચેની સંકલ્પના સ્પષ્ટ કરવા આકૃતિઓ બનાવો.

1. ત્રિકોણના ત્રણેય ખૂણાના માપનો સરવાળો 180^0 થાય છે.
2. ચતુષ્કોણના ચારેય ખૂણાના માપનો સરવાળો 360^0 થાય છે.
3. બે સમાંતર રેખાની છેદિકાથી બનતા યુગ્મકોણોની જોડ એકરૂપ હોય છે. જ્યારે અંતઃકોણની જોડ પૂરક હોય છે તે દર્શાવો.

3.12 બહુફલકીય મૉડેલ

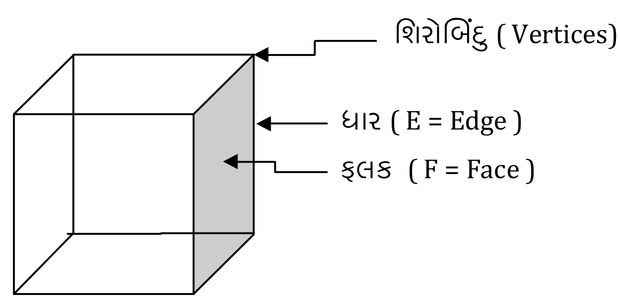
ગણિત વિષયમાં ઘણી નાની નાની સરળ લાગતી બાબતોમાં પણ સંકલ્પનાના અભાવને કારણે બાળકો કાયમ માટે તેમાં ભૂલો કરે છે અને તેને આધારિત અન્ય બાબતોમાં પણ તેઓને સમજવામાં તકલીફ પડે છે. દા. ત. બાળકો વર્તુળને ગોળ કહે છે. ત્રિકોણીય પ્રદેશને ત્રિકોણ કહે છે. ચોરસીય પ્રદેશને ચોરસ કહે છે. આમ, અવલોકનના અભાવે નિદર્શન કે પ્રાયોગિક કાર્યને અભાવે આવું બધું થતું હોય છે. આ માટે વિદ્યાર્થીઓને મૉડેલ નિદર્શન કરાવવા જોઈએ કે વિદ્યાર્થીઓ જોડે વિવિધ બહુફલકીય મૉડેલો બનાવડાવી વધારેમાં વધારે અનુભવો પૂરા પાડવા જોઈએ, ગાણિતિક અર્થ સ્પષ્ટ કરાવવા દશ્ય સ્વરૂપે મૉડેલની આવશ્યકતા રહે છે. જેને કારણે વિદ્યાર્થીઓને ગાણિતિક સંકલ્પના સમજવા કે યાદ રાખવામાં સરળતા રહે છે.

વિવિધ બહુફલકીય મૉડેલ બનાવતાં હોઈએ ત્યારે તેમાં શિરોબિંદુઓ (V=Verticles), ધાર (E = Edge) અને ફલક–સપાટી (F = Face) જોવા મળે છે. અને તેની સંખ્યા બહુફલક બદલાય તેમ બદલાય છે.

- ફલક (F = Face)– કોઈપણ ઘનાકાર પદાર્થની સપાટી તે ફલક દર્શાવે છે.
- ધાર (E = Edges)– ફલક જ્યાં ભેગી થાય, એટલે કે ફલકોનો છેદગણ રેખાખંડ બને તેને ધાર કહેવામાં આવે છે.
- શિરોબિંદુઓ (V = Verticles)ત્રણ કે ત્રણથી વધારે ફલક જે બિંદુએ ભેગાં થાય તે બિંદુને શિરોબિંદુ કહેવામાં આવે છે.

દા. ત. ષટ્ફલક કે સમઘન કે લંબઘન (hexaheadron)માં ફલક છ, ધાર બાર અને શિરોબિંદુઓ આઠ છે.

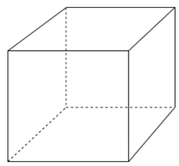
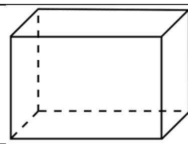
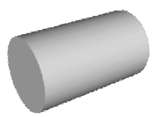
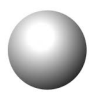
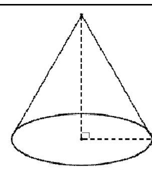
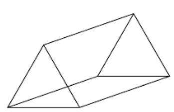
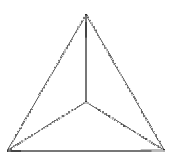
ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુને સમજવા આપણે આકૃતિનો અભ્યાસ કરીએ.



આ મોડેલ સ્ટ્રો, લાકડી વગેરેની મદદથી બનાવો

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

નીચે આપેલ ઘનાકૃતિમાં કેટલા શિરોબિંદુઓ, કેટલી ધાર તથા કેટલાં ફલક થશે તે જણાવો.

પ્રકાર / TYPE	આકાર / **Shape**	**ધારની સંખ્યા No of Edges**	**ફલાકની સંખ્યા No of Faces**	**શીરોબીંદુઓની સંખ્યા No of vertices**
સમઘન Cube				
લંબઘન Cuboid				
નળાકાર Cylinder				
ગોળો Sphere				
શંકુ Cone				
પ્રિઝમ Triangular prism				
ચતુષ્ફલક Tetra Hedran				

પ્રાયોગિક કાર્ય

સ્ટ્રો, લાકડી, દિવાસળી ચાર્ટ પેપર કે કાગળની મદદથી વિવિધ બહુફલકો બનાવો.

આમ, ચતુષ્ફલક (Tetrahedron) કે અષ્ટફલક (Octahedron) કે અન્ય બહુકોણીય મોડેલ બનાવતાં વિદ્યાર્થીઓની વિચારશક્તિ અને કલ્પનાશક્તિનો વિકાસ થાય છે.

ઉપસંહાર –

આ પ્રકરણમાં વાન હિલ્સ થિયરી, દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારો સંદર્ભે શબ્દભંડોળ, એકરૂપતા, સમરૂપતા, માપન અને ભૌમિતિક આકારો, ભૌમિતિક સાધનોની મદદથી ભૌમિતિક આકારોની રચના, Geogebra સોફ્ટવેરની અગત્ય, 3D મૉડેલ બનાવટની ચર્ચા કરવામાં આવી છે, જેનો શિક્ષણકાર્યમાં વધારેમાં વધારે ઉપયોગ કરી શિક્ષણકાર્યને સરળ અને સકારાત્મક બનાવી શકાશે.

સ્વાધ્યાય

- "ઓછામા ઓછુ" શબ્દ સમૂહનુ એક ભૌમિતિક ઉદાહરણ આપો.
- પૂર્વધારણા એટલે શુ?
- પ્રમેય એટલે શુ?
- "વર્તુળની પ્રત્યેક જીવા વ્યાસ છે."– વિધાન સુધારીને લખો.
- વાન હિલ્સના ભૌમિતિક ચિંતનસ્તરની થિયરી સમજાવો.
- દ્વિ પરિમાણીય અને ત્રિ પરિમાણીય આકારો ઉદાહરણ સાથે સમજાવો.
- એકરૂપ અને સમરૂપ આકૃતિઓના ઉદાહરણો આપો.
- વિવિધ ભૌમિતિક આકારોનું રૂપાંતરણ સમજાવો.
- ભૌમિતિક આકારોની માપનવિધિ ટૂંકમાં સમજાવો.
- કંપાસપેટીનાં સાધનોની મદદથી કેવા આકારો રચી શકાય તે ઉદાહરણ સાથે વર્ણવો.
- ભૂમિતિ શિક્ષણ માટે Geogebra સોફ્ટવેરની અગત્યતા જણાવો.
- ભૂમિતિમાં 3D મૉડેલની અગત્યતા જણાવો.
- બહુફલકીય મૉડેલની અગત્યતા સમજાવો.
- આકૃતિ દોરીને બહુફલકીય મૉડેલમાં ફલક, ધાર અને શિરોબિંદુઓની સમજૂતી આપો.

પ્રકરણ – 4

ગણિતમાં પ્રત્યાયન અને મૂલ્યાંકન

4.1 પ્રસ્તાવના
4.2 ઉદ્દેશો
4.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિઓ
4.4 અભ્યાસક્રમ અને વર્ગખંડ વ્યવહાર
4.5 અધ્યયન–અધ્યાપનમાં પાઠ્યપુસ્તકની ભૂમિકા
4.6 ગણિત તથા ગણિતજ્ઞોનો ઈતિહાસ
4.7 ગણિત પ્રયોગશાળા સંસાધન ખંડ
4.7.1 ગણિત પ્રયોગશાળાના હેતુઓ
4.7.2 અધ્યયન – અધ્યાપન પ્રક્રિયામાં ગણિત પ્રયોગશાળાની ભૂમિકા
4.7.3 ગણિત પ્રયોગશાળાની ડિઝાઈન
4.7.4 ગણિત પ્રયોગશાળાનું સ્વરૂપ
4.7.5 ગણિત પ્રયોગશાળા માટેનાં સાધનો કે મૉડેલ્સ
4.8 વેબ રિસોર્સીસ (Web resources)
4.9 વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા ગણિતમાં થતી કેટલીક અગત્યની ભૂલો અને તેના નિવારણના ઉપાયો
4.10 ગણિતનો કાલ્પનિક ભય અને નિષ્ફળતા સાથે અનુસંધાન (Mathematic Fobia and Copping with Failure)
4.10.1 ગાણિતિક ભય / ડર
4.10.2 ભય/ડર ઉદ્‌ભભવવાના કારણો
4.10.3 ગાણિતિક ડર / ભયનું નિષ્ફળતા સાથેનું જોડાણ (સંબંધ)
4.11 **Open Ended Question** (મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો)
4.11.1 **Open Ended Question** (મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો) સંકલ્પના
4.11.2 **Open Ended Question** ના મૂલ્યાંકનમાં પડતી મુશ્કેલી
4.12 સમજણ માટેનું મૂલ્યાંકન
4.13 ગાણિતિક કૌશલ્યોના સંદર્ભે મૂલ્યાંકન
4.14 મૂલ્યાંકનમાં સામાન્ય રીતે ઉપયોગી સાધનોના ફાયદા અને ગેરફાયદાની જાણકારી
4.14.1 શિક્ષકરચિત કસોટી
4.14.2 પ્રમાણિત કસોટી
4.14.3 લેખિત કસોટી
4.14.4 મૌખિક કસોટી
4.14.5 **HOT (Higher Order Thinking) Questions**

પ્રકરણ – 4

ગણિતમાં પ્રત્યાયન અને મૂલ્યાંકન

4.1 પ્રસ્તાવના

બે વ્યકિત વચ્ચે થતું માહિતીનું આદાન–પ્રદાન એટલે પ્રત્યાયન, જે બોલીને, લખીને અથવા સાંકેતિક પણ થઈ શકે. તદ્દન સરળ ભાષામાં કહીએ તો પ્રત્યાયન એટલે માહિતી આપવાની કે મેળવવાની પ્રકિયા.પ્રત્યાયન એ એકબીજાને સમજવાની દ્વિમાર્ગી પ્રકિયા છે, જેમાં સંકળાયેલ વ્યકિતઓ માહિતી, સમાચાર, વિચારો લાગણીઓની આપ–લે કરે છે.

ગણિત વિષયમાં પ્રત્યાયન પ્રકિયા અત્યંત મહત્ત્વની છે. જો પ્રત્યાયન અસરકારક હશે તો વર્ગ વ્યવહાર જીવંત બનશે. પ્રત્યાયન બે પ્રકારે કરી શકાય છે, શાબ્દિક અને અશાબ્દિક. ગણિત વિષયમાં સંકેતો, આકૃતિઓ, સૂત્રો, સમીકરણો, વગેરે વધુ પ્રમાણમાં હોય. ગણિતમાં શાબ્દિક કરતાં અશાબ્દિક પ્રત્યાયન વધુ થાય છે.

પ્રસ્તુત પ્રકરણમાં ગણિતનો અભ્યાસક્રમ, ગણિતનાં પાઠ્યપુસ્તકો, ગણિતનો અને ગણિતજ્ઞોનો ઈતિહાસ જેવા મુદ્દાઓ શાબ્દિક પ્રત્યાયનમાં સમાવેલ છે. ઉપરાંત આ પ્રકરણમાં ગણિતની વિવિધ પ્રવૃત્તિઓ–પ્રવિધિઓ દર્શાવતી વેબસાઈટ્સ અને બ્લોગ વગેરેનો સમાવેશ પણ કરવામાં આવ્યો છે.

4.2 ઉદ્દેશો

- તાલીમાર્થી ગણિત વિષયના અભ્યાસક્રમને સમજે.
- ગણિત વિષયના પાઠ્યપુસ્તક તથા શિક્ષક આવૃત્તિનું મહત્ત્વ સમજે.
- ગણિત વિષય સંદર્ભે વર્ગખંડ વ્યવહારને સમજે.
- ગણિતનો ઈતિહાસ અને મહાન ભારતીય ગણિતજ્ઞોના વિશિષ્ટ પ્રદાનથી પરિચિત થાય.
- ગણિત વિષયની વિવિધ વેબસાઈટો અને બ્લોગથી પરિચિત થાય.
- ગણિત પ્રયોગશાળાનો એક સંસાધન તરીકે ઉપયોગ કરતાં શીખે.
- બાળકમાંથી ગણિત વિષયનો ડર દૂર કરવા અંગેના ઉપાયો જાણે.

4.3 અધ્યયન નિષ્પત્તિ

- તાલીમાર્થી ગણિત વિષય સંદર્ભે બાળકોને યોગ્ય માર્ગદર્શન આપશે,અધ્યાપન કરશે.
- ગણિત વિષયને અનુલક્ષીને વર્ગખંડમાં પ્રત્યાયન કરશે.
- તાલીમાર્થી પાઠ્યપુસ્તક, શિક્ષક આવૃત્તિની મદદથી અધ્યાપન કાર્ય કરાવશે.
- તાલીમાર્થી ગણિતની વેબસાઈટ અને બ્લોગમાંથી વિષયાંગને અનુરૂપ જરૂરી માહિતી મેળવશે.
- તાલીમાર્થી ગણિત પ્રયોગશાળાથી બાળકોને માહિતગાર કરશે અને ઉપરોક્ત તમામ સંસાધનની મદદ વડે બાળકોનો ગણિત પ્રત્યેનો ડર દૂર કરવાના પ્રયત્નો કરશે.

4.4 અભ્યાસક્રમ અને વર્ગવ્યવહાર

અભ્યાસક્રમ એ શૈક્ષણિક ધ્યેયોની પ્રાપ્તિ માટેનું એક માધ્યમ છે, અભ્યાસક્રમમાં સમાજ અને વિશ્વની શિક્ષણ અંગેની અપેક્ષાઓ, હેતુઓ અને મૂલ્યોનો સમાવેશ થાય છે. અભ્યાસક્રમ દ્વારા ભાવિ સમાજ કેવો હશે તેનો ખ્યાલ આવી જાય છે.

અભ્યાસક્રમ માટે અંગ્રેજીમાં Curriculumશબ્દ છે, જે લેટિન શબ્દ "Currer" પરથી આવ્યો છે, જેનો અર્થ થાય છે, દોડવા માટેનો માર્ગ. આમ, અભ્યાસક્રમ એ લક્ષ્યપ્રાપ્તિ, હેતુપ્રાપ્તિનો માર્ગ છે. અભ્યાસક્રમ એ એક વિશાળ સંકલ્પના છે, જેમાં વિષયવસ્તુ, અધ્યાપન પદ્ધતિઓ, પ્રયુક્તિઓ, અધ્યયન અનુભવો, શૈક્ષણિક પ્રવૃત્તિઓ, શૈક્ષણિક સાધન સામગ્રી, સ્વાધ્યાય, મૂલ્યાંકન આદિનો સમાવેશ થાય છે.

અભ્યાસક્રમમાં સમાવિષ્ટ વિવિધ મુદ્દાઓ, સંકલ્પનાઓ અને ખ્યાલોના આધારે પાઠ્યપુસ્તક બને છે. પાઠ્યપુસ્તકમાં અભ્યાસક્રમના મુદ્દાઓની ગોઠવણીથી પાઠ્યક્રમ બને છે. પાઠ્યક્રમ એ અભ્યાસક્રમનો એક ભાગ છે. અંગ્રેજીમાં પાઠ્યક્રમ માટે ' Course of Study ' શબ્દનો પ્રયોગ થાય છે. વિષયવસ્તુ, તેની રજૂઆત, ઉદાહરણો, આકૃતિઓ, સદંર્ભ સાહિત્ય, મહાવરા, સ્વાધ્યાય વગેરેના સંયોજનથી પાઠ્યક્રમ બને છે.

વર્ગખંડ વ્યવહાર

વિદ્યાર્થીને ક્ષમતાસિદ્ધિના પારંગતતાના સ્તર સુધી લઈ જવા વર્ગખંડમાં શિક્ષક અને વિદ્યાર્થી વચ્ચે થતી તમામ આદાન–પ્રદાનની પ્રક્રિયા એટલે વર્ગવ્યવહાર.

અધ્યયનપ્રક્રિયા દરમિયાન શિક્ષક–વિદ્યાર્થી, વિદ્યાર્થી–સામગ્રી અને વિદ્યાર્થી–વિદ્યાર્થી વચ્ચે થતા પ્રત્યાયન દ્વારા વર્ગવ્યવહાર અસ્તિત્ત્વમાં આવે છે. આ વર્ગ વ્યવહારમાં શૈક્ષણિક સાધન–સામગ્રી પણ એક ઘટક તરીકે ગણાય છે. શાળામાં વિદ્યાર્થી પોતે શીખવાની પ્રક્રિયામાં જેટલો વધુ સક્રિય થાય તેટલા પ્રમાણમાં તેની શીખવાની પ્રક્રિયા વધુ અસરકારક બને છે.

વિદ્યાર્થીકેન્દ્રી શિક્ષણ–વ્યવસ્થામાં શિક્ષક કરતાં વિદ્યાર્થીની સક્રિયતા વધે તે દ્વારા થતી આંતરક્રિયા વધુ અસરકારક બને તથા આવા અસરકારક પ્રત્યાયનને લીધે શિક્ષણ વધુ અસરકારક બને છે. પાઠયપુસ્તકમાં સમાવિષ્ટ નીચેના જેવા મુદ્દાઓને ધ્યાનમાં રાખવામાં આવે તો પાઠયપુસ્તક વર્ગવ્યવહાર માટેનું હાથવગું સાધન બની રહે.

- એકમની શરૂઆત પહેલાં પૂર્વ આયોજન અંગેની માહિતી.
- વિષયાંગની સમજ માટે જરૂરી સાધન સામગ્રી અને પ્રવૃત્તિઓ અંગે સૂચન.
- વિષયવસ્તુને સ્પર્શતાં જોડકણાં, ઉખાણાં, રમતો વગેરે ની ઓળખ.
- વિષયવસ્તુના દઢીકરણ માટે પ્રવૃત્તિઓ, પ્રોજેક્ટ વર્ક વગેરેનું આયોજન
- વધુ ને વધુ વિદ્યાર્થીઓ વર્ગવ્યવહારમાં જોડાય તે માટે શિક્ષકનું પ્રોત્સાહન.

4.5 અધ્યયન–અધ્યાપનમાં પાઠયપુસ્તકની ભૂમિકા

અધ્યેતાના શિક્ષણ માટે પાઠયપુસ્તક અગત્યનું સાધન છે. શિક્ષણપ્રક્રિયાનો મૂળ આધાર અભ્યાસક્રમ તથા તેના આધારે રચાયેલ પાઠયપુસ્તક છે.

ગણિતના અધ્યયન, અધ્યાપનને પણ ઉપરોક્ત વિધાન લાગુ પડે છે. અહીં ધો. 6 થી 8 માં અભ્યાસ કરનાર વિદ્યાર્થી અધ્યેતા છે તથા તેના અધ્યાપન કાર્ય સાથે સંકળાયેલ જે તે ધોરણમાં શિક્ષણકાર્ય કરનાર શિક્ષક છે.

અધ્યાપન કાર્ય કરનાર શિક્ષકે અધ્યેતાને આપવાના અધ્યયન અનુભવોનો મુખ્ય આધાર ગણિતના પાઠયપુસ્તકને ગણવામાં આવે છે. આથી ગણિતના પાઠયપુસ્તકની ભૂમિકામાં નીચે દર્શાવેલ મુદ્દાઓનો સમાવેશ થાય છે.

- પાઠ્યપુસ્તકની ભાષા અધ્યેતાની ભાષા ક્ષમતાને ધ્યાનમાં રાખી વપરાયેલી હોવાથી અધ્યેતાની સમજ વિકસાવવામાં પાઠ્યપુસ્તક અગત્યનો ભાગ ભજવે છે.
- ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાં અધ્યેતાએ કરવાની વિવિધ પ્રવૃત્તિઓનું આલેખન યોજનાબદ્ધ રીતે કરવામાં આવ્યું હોવાથી અધ્યેતા અને અધ્યાપન કરનાર માટે આયોજન કરવામાં સરળતા રહે છે.
- આયોજન પ્રમાણે અધ્યાપન થતાં અધ્યેતાને પક્ષે સક્રિયતા વધે, પ્રવૃત્તિ કરવાની આવે તેથી સહભાગિતા વધે, પરિણામ સ્વરૂપે અધ્યેતામાં અપેક્ષિત વર્તન–પરિવર્તન લાવી નિર્ધારિત કૌશલ્યો કેળવવામાં સરળતા ઊભી થાય છે.
- પાઠ્યપુસ્તકમાં વિવિધ એકમ સંદર્ભે આપેલ પારિભાષિક શબ્દો દ્વારા અધ્યેતાનું ગાણિતિક શબ્દભંડોળ વધે છે.
- પાઠ્યપુસ્તકમાં વિષયવસ્તુ સંદર્ભે આપેલ ઉદાહરણો અધ્યેતાની વિષયવસ્તુની સંકલ્પના, સમજ સ્પષ્ટ કરે છે.
- પાઠ્યપુસ્તકમાં આપેલ મહાવરા, સ્વાધ્યાય વગેરેની મદદથી અધ્યેતાને અધ્યયન–અનુભવો પૂરા પાડી શકાય તથા સ્વ–અધ્યયનની ટેવ વિકસાવી શકાય છે.

4.6 ગણિત તથા ગણિતજ્ઞોનો ઈતિહાસ

કહેવાય છે કે માનવજાતનો વિકાસ વિજ્ઞાન વિના શક્ય નથી. સાચી વાત, પરંતુ આ સત્ય પાછળ છુપાયેલું બીજું સત્ય એ છે કે ગણિતના વિકાસ વગર ખુદ વિજ્ઞાનનો વિકાસ શક્ય નથી. તેથી જ "Mathematics is the mother & Queen of Science".

ઈતિહાસમાં નજર કરીશું તો જણાશે કે આદિ માનવો કોઈક પ્રકારની ગણતરી કે હિસાબ કરવા ગુફાની ભીંતો પર આડી-ઊભી લીટીઓ દોરતા. સંસ્કૃતનો એક શ્લોક ગણિતનું મૂલ્ય શાસ્ત્રોમાં જણાવે છે :

यथाशिखामयूराणां, नागणांगणयोयथी ।

तदावेदाडिगशास्त्राणांगणितंमूधिरन्स्थितिम् ।

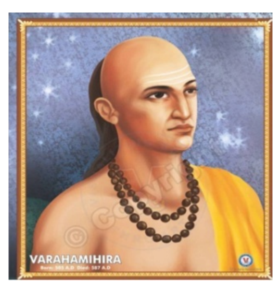
અર્થાત્, મયૂરની શોભા માટે જેમ તેની કલગી છે તેમ નાગ માટે મણિ છે. શાસ્ત્રોની શોભા વેદ છે. તેવી જ સ્થિતિજ્ઞાન–વિજ્ઞાનમાં ગણિતની છે.

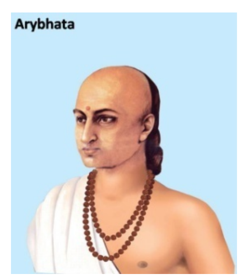
વિશ્વમાં કેટલાય પ્રસિદ્ધ ગણિતજ્ઞો થઈ ગયા. અહીં તેમાંના કેટલાક ગણિતજ્ઞોના નામ અને તેમની મહત્ત્વની શોધ દર્શાવેલ છે. અમેરિકન ગણિતજ્ઞ આલ્બર્ટ આઈનસ્ટાઈન એ $E=mC^2$ સૂત્ર શોધ્યું. આઈઝેક ન્યૂટને ગતિના નિયમો શોધ્યા. લિઓનાર્ડો પીસાનો ફિબોનાકી શ્રેણીના શોધક હતા. પાયથાગોરસે પાયથાગોરસનો સિદ્ધાંત આપ્યો, રેને ડી કાર્તિઝ કાર્તેઝીયન ગુણાકારના શોધક છે. આ બધી ઘણી અગત્યની શોધો છે.

ભારતમાં આર્યભટ્ટથી શરૂ કરી રામાનુજન અને શાકુંતલાદેવી સુધીના ગણિતશાસ્ત્રીઓએ ગણિતમાં અવનવી શોધો કરી વિશ્વમાં ભારતનું નામ રોશન કર્યું છે.

ભારતીય ગણિતજ્ઞોનો ઈતિહાસ

ક્રમ	ગણિતજ્ઞનું નામ	સમયગાળો	ગણિતજ્ઞ દ્વારા થયેલ શોધો
1	આર્યભટ્ટ	ઈ.સ. 476–550	આર્યભટ્ટીય ગ્રંથની રચના, આર્ય સિદ્ધાંતની રચના, ચંદ્રગ્રહણ અને સૂર્યગ્રહણની સમજૂતી, પૃથ્વીનું તેની ધરી પર ભ્રમણ, પ્રકાશ પરાવર્તન, ત્રિકોણમિતિના ખ્યાલો, સૂત્રો, π (પાઈ)ની કિંમતનું ચોક્કસ સ્વરુપ, સાઈન, કોષ્ટકો, તારા વર્ષનું માપ, વર્ગમૂળ, ઘનમૂળ, ખગોળશાસ્ત્ર વગેરેની શોધ કરી હતી.
2	વરાહમિહિર	ઈ.સ. 505–587	પંચ સિદ્ધાંતિકા, બૃહદસંહિતા, બૃહદ જાતકા, ત્રિકોણમિતિ, અંકગણિત, બીજગણિત, ક્રમચય, ગ્રહોના ગતિમાર્ગ વગેરેની શોધ કરી હતી.
3	બ્રહ્મગુપ્ત	ઈ.સ. 598–670	સુરેખ સમીકરણોનો ઉકેલ, દ્વિઘાત સમીકરણના ઉકેલ માટેના સૂત્રની રીત, અંકગણિત, બીજગણિત, પાયથાગોરસ ત્રિપુટી, બ્રહ્મગુપ્તનું સૂત્ર અને પ્રમેય, ત્રિકોણમિતિ, લક્ષની વ્યાખ્યા.
4	ભાસ્કર–1	ઈ.સ. 600 – 680	હિંદુ દશાંશ પદ્ધતિ, વર્તુળનો સંકેત, મહાભાસ્કરીયની રચના, sine અને cosine નો સંબંધ
5	શ્રીધર આચાર્ય	ઈ.સ. 650 – 850	ત્રિશાટિકા અને પ્રતિગણિતીના રચયિતા, આ પુસ્તકોમાં સંખ્યાઓ, માપન, પ્રાકૃતિક સંખ્યાઓ, સરવાળા, બાદબાકી, ગુણાકાર, ભાગાકાર, સાદું વ્યાજ, વર્ગ, ઘન, અવયવો વગેરેની ચર્ચા તથા શૂન્ય સાથે +, −, x, ÷ જેવા સંકેતો / પ્રક્રિયાઓ
6	હેમચંદ્રાચાર્ય	ઈ.સ. 1088–1173	ગણિતજ્ઞ દ્વારા થયેલ શોધો. ફિબોનાકી શ્રેણીના પ્રાચીન સ્વરૂપની શોધ હેમચંદ્રાચાર્યે કરી હતી, આ નંબરો હેમચંદ્રાચાર્ય નંબર તરીકે પણ ઓળખાય છે.
7	ભાસ્કર–2	ઈ.સ. 1114–1185	સિદ્ધાંત શિરોમણિ ગ્રંથ, લીલાવતી ગ્રંથ, પાયથાગોરસ પ્રમેયની ક્ષેત્રફળની મદદથી સાબિતી, ચક્રિય ચતુષ્કોણનો ખ્યાલ, સંકલન – વિકલન, ગોલીય ત્રિકોણમિતિ, સમતલ અને ઘન ભૂમિતિ, ક્રમચય–સંચય, શૂન્ય વડે ભાગાકાર–ગુણાકાર, વ્યાજ ગણવાની પદ્ધતિ વગેરે
8	શ્રીનિવાસ રામાનુજન	ઈ.સ. 1887–1920	એનાલિટીકલ નંબર થિયરી, ઈનફાઈનાઈટ સિરીઝ, મોક થેટા ફ્રેકશન, રામાનુજન અચળાંક, કન્ટીન્યુડ ફ્રેકશન,રામાનુજન થેટા ફ્રેકશન, રામાનુજન પ્રાઈમ નંબર
9	શકુંતલાદેવી	ઈ.સ. 1939–2013	હ્યુમન કમ્પ્યુટર તરીકેનું બિરુદ મેળવ્યું. તેમનાં પુસ્તકો, એસ્ટ્રોલોજી ફોર યુ, બુક ઓફ નંબર્સ, જોય ઓફ નંબર્સ, ઈન ધ વન્ડર લેન્ડ ઓફ નંબર્સ, અવેઈકન મેથ જીનીયસ ઈન યોર ચાઈલ્ડ, પઝલ, પઝલ ફન વિથ નંબર્સ, સુપર મેમરી ઈટ કેન બી યોર્સ, તથા સૌથી વધુ સંખ્યાનો ગુણાકાર સૌથી ઝડપી કરવાનો રેકોર્ડ તેમના નામે છે.





4.7 ગણિત પ્રયોગશાળા, સંસાધન ખંડ

" Science is the king of all subjects and Mathematics is the queen of science "

કલ્પનાને પોષક એવા ગણિત વિષયને ગમ્મત સાથે પ્રવૃત્તિ કરતા કરતા ભણાવવામાં આવે તો બાળકોને કેવી મજા આવે !

ગણિત સંબંધી પ્રવૃત્તિઓ ભાવાત્મક, ક્રિયાત્મક, જ્ઞાનાત્મક અને સર્જનાત્મક સ્વરૂપે મૂકવામાં આવે તો વિદ્યાર્થીઓ રસ લેતાં થાય. આ હેતુઓ પરિપૂર્ણ કરવા માટે જ ગણિત પ્રયોગશાળાનો ખ્યાલ આવિર્ભાવ પામ્યો છે.

ગણિત પ્રયોગશાળા દ્વારા વિદ્યાર્થીઓમાં તર્કશક્તિ, સમસ્યા ઉકેલશક્તિ, નિર્ણયશક્તિ, અનુમાન કરવાની શક્તિ, સામાન્યીકરણની શક્તિ, તુલનાત્મક શક્તિ, પૃથક્કરણ શક્તિ, વગેરેનો વિકાસ થાય છે. વિદ્યાર્થીઓમાં ચોકસાઈ, ધીરજ, ખંત, ઝડપ, ચપળતા, આત્મવિશ્વાસ જેવા ગુણોનો વિકાસ થાય છે. આમ, ગણિત પ્રયોગશાળા દ્વારા વિદ્યાર્થીઓમાં સાંસ્કૃતિક મૂલ્યો, માનસિક ઘડતરનું મૂલ્ય અને વ્યવહારુ મૂલ્યનો વિકાસ થાય છે. આમ, પ્રાથમિક કક્ષાએ ગણિત વિષયનું સઘન શિક્ષણ આગળના શિક્ષણકાર્ય માટે પાયારૂપ બાબત બને છે.

4.7.1 ગણિત પ્રયોગશાળાના હેતુઓ

- વિદ્યાર્થીઓ મૂર્ત વસ્તુઓ દ્વારા ગણિત શીખે અને દૈનિક જીવનમાં તે અંગેનું વ્યવહારુ જ્ઞાન મેળવે.
- વિદ્યાર્થીઓ નમૂનાઓનો ઉપયોગ કરી ભૌમિતિક ગુણધર્મો ચકાસે અથવા શોધે.
- શિક્ષક અને વિદ્યાર્થીઓ કેટલીક સંકલ્પનાઓનું ચાર્ટ્સ અને મોડેલ દ્વારા નિદર્શન કરે.
- વિદ્યાર્થીઓ આલેખ દોરતાં શીખે.
- વિદ્યાર્થીઓ શિક્ષકના માર્ગદર્શન હેઠળ પ્રોજેક્ટ કાર્ય કરે.
- વિદ્યાર્થીઓ માટે શિક્ષકો ગણિત મંડળની વિવિધ પ્રવૃત્તિઓનું આયોજન કરે.
- શિક્ષકો અને વિદ્યાર્થીઓ ગણિતનાં સંદર્ભ પુસ્તકો, સામયિકો, જર્નલ વગેરેનું વાંચન કરે અને જરૂરિયાત મુજબ તેનો ઉપયોગ કરે.
- વિદ્યાર્થીઓ માપન અંગેના સર્વેક્ષણો, ક્ષેત્રકાર્ય (Field Work)દ્વારા કરે.
- ગણિત સંબંધી ઓડિયો કેસેટનું શ્રવણ કરે, વિડીયો કેસેટનું નિદર્શન નિહાળે.

4.7.2 અધ્યયન – અધ્યાપન પ્રક્રિયામાં ગણિત પ્રયોગશાળાની ભૂમિકા

ગણિતની અધ્યયન–અધ્યાપન પ્રક્રિયા માટે નીચેની બાબતો ધ્યાન પર લેવી જોઈએ.

- પ્રવૃત્તિઓ આધારિત અધ્યયન
- અવલોકન / નિરીક્ષણ
- માહિતીનું એકત્રીકરણ
- વર્ગીકરણ
- ઉત્કલ્પનાઓ– અનુમાન
- સામાન્યીકરણ
- નિર્ણય
- નિષ્કર્ષ

ઉપરોક્ત બાબતો માટે ગણિત પ્રયોગશાળા અગત્યનું માધ્યમ છે. NCF-2005 મુજબ ગણિતશિક્ષણનો મુખ્ય ધ્યેય એ છે કે બાળક માટે એવા સંદર્ભ સ્ત્રોતો વિકસાવવા કે જે તેઓને ગાણિતિક રીતે વિચારતાં અને કારણ આપતાં કરે છે. બાળકો પોતાના તાર્કિક નિષ્કર્ષ પાછળ અનુમાન કે ધારણાઓ જણાવતાં થાય તથા સંદર્ભ સ્ત્રોતો બાળકોમાં અમૂર્તતાની સમજનું નિર્માણ કરે. આ ધ્યેયની પૂર્તિ માટે ગણિત પ્રયોગશાળા શ્રેષ્ઠ માધ્યમ છે. ગણિતશિક્ષકો સામેના ઘણા પડકારો પૈકીનો એક મોટો પડકાર છે કે બાળકોમાં ગણિત પ્રત્યેની રુચિનું નિર્માણ કરવું અને રુચિને જાળવી રાખવી. ગણિત એ સૂત્રો અને યાંત્રિકી પ્રક્રિયાઓ સિવાય કાંઈ જ નથી તેવા ખોટા ખ્યાલથી મુક્ત થાય. આ પરિસ્થિતિઓમાં ગણિત પ્રયોગશાળા આશીર્વાદ રૂપ નીવડે છે, જે શિક્ષકોને તેની અધ્યાપનની વ્યૂહરચનાઓ અને ગણિતને પ્રવૃત્તિ આધારિત વિષય બનાવવા પ્રત્યે અભિમુખ કરે છે.

4.7.3 ગણિત પ્રયોગશાળાની ડિઝાઈન

ગણિત પ્રયોગશાળાનાં વિવિધ સાધનો, ચાર્ટસ, રમતો તથા નમૂનાઓને નીચે પ્રમાણેના વિભાગોમાં વર્ગીકૃત કરી પ્રયોગશાળાની સુંદર ડિઝાઈન બનાવી શકાય.

1. કોયડા ઉકેલ મંચ (ચાલો, મગજને કસરત કરાવીએ)
2. પ્રાયોગિક સૂત્ર સાબિતી (પ્રયોગ કરો તો સાવ સહેલું)
3. ગણિત ગમ્મત (આવો, ગણિતને માણીએ)
4. ગણિત ચાર્ટસ, નમૂનાનું પ્રદર્શન (આવો, મારું પ્રદર્શન નિહાળો)
5. ગણિત શાસ્ત્રીઓનું પ્રદાન (મારા ઘડનારાઓને જાણો)
6. વૈદિક ગણિત
7. આંકડાઓની માયાજાળ (ગણિતની સુંદરતાને માણો)
8. ગાણિતિક સંકલ્પનાઓની સમજ
9. વર્તમાનપત્રોના ગણિત સંબંધિત લેખો
10. E–મેથેમેટીક્સ
11. ગણિતમાં આવતાં કઠિન બિંદુઓનું સરળીકરણ
12. મેજિક મેથ્સ
13. પ્રોજેક્ટ વર્ક

4.7.4 ગણિત પ્રયોગશાળાનું સ્વરૂપ

ગણિત પ્રયોગશાળામાં ગણિતને લગતા વિવિધ પ્રયોગો કે પ્રવૃત્તિઓ કરવાની હોય છે. આ માટે ઓછામાં ઓછું એક મોટું ટેબલ અને વર્ગની સંખ્યા મુજબ નાનાં ટેબલ હોવાં જોઈએ. તદ્ઉપરાંત પ્રમાણમાં મોટું અને એક બાજુ આલેખ અંકિત કરેલું ફલક ખંડમાં દરેક વિદ્યાર્થી સરળતાથી રજૂ કરેલી વિગતો જોઈ શકે તેવા ઉચિત સ્થાને મૂકેલું હોવું જોઈએ. ગણિત સંબંધી પુસ્તકો ધરાવતું નાનું પુસ્તકાલય તેમજ યોગ્ય સ્થાને બુલેટીન બોર્ડ પણ હોવું જોઈએ.

ગણિતશાસ્ત્રીઓનાં જીવનચરિત્ર સાથેના ફોટોગ્રાફસ, ગણિતના વિવિધ ચાર્ટ્સ, જીઓ બોર્ડ, ગાણિતિક ચિત્રો, ગાણિતિક રમકડાં વગેરેની સુયોગ્ય ગોઠવણી કરેલી હોવી જોઈએ.

4.7.5 ગણિત પ્રયોગશાળા માટેનાં સાધનો કે મૉડેલ્સ

1. ભૌમિતિક પેટી (કંપાસ બોક્સ)
2. 30 સેમી., 50 સેમી, 100 સેમીની માપપટ્ટીઓ
3. મેજર પટ્ટી
4. કમ્પ્યુટર (સંબંધિત સોફ્ટવેર, ઓડિયો, વિડિયો CD/DVD)
5. વિવિધ પ્રકારનાં ત્રાજવાં અને વજનકાંટા
6. વિવિધ માપનાં માપિયાં, વિવિધ પ્રકારના ઘનાકારો અને સમતલીય આકારો.

મૉડેલ્સ

1. સંખ્યારેખાનું મૉડેલ્સ
2. $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ નું મૉડેલ
3. $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$ નું મૉડેલ
4. $(a+b+c)^2 = a^2 + b^2 + c^2 + 2ab + 2bc + 2ca$ નું મૉડેલ
5. $(a+b)^2 - (a-b)^2 = 4ab$ નું મૉડેલ
6. $(a+b)^2 + (a-b)^2 = 2a^2 + 2b^2$ નું મૉડેલ
7. x અને y અક્ષ સાથેનું જી–ઓ બોર્ડ
8. $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ નું મૉડેલ
9. $a(b+c) = ab + ac$ નું મૉડેલ
10. જીઓ બોર્ડનાં વિવિધ મૉડેલ
11. મણકા અને મણકા ઘોડી
12. ચલણી નાણાંની કીટ
13. પાયથાગોરસના પ્રમેયનું મૉડેલ
14. બહુવિધ આલેખોનું વુડન મૉડેલ
15. ગણ પરિચયનું વુડન મૉડેલ
16. ટેનગ્રામ મૉડેલ
17. વિવિધ ખૂણા માપક મૉડેલ
18. રેખા અને તેની છેદિકા ખૂણાનું મૉડેલ
19. πની સમજ આપતું મૉડેલ
20. વર્તુળના ક્ષેત્રફળના સૂત્રની તારવણીનું મૉડેલ
21. નળાકારના ક્ષેત્રફળના સૂત્રની તારવણીનું મૉડેલ
22. અપૂર્ણાંક (જુદા જુદા) ની કીટ
23. મેથ્સ પ્લગ (એકી બેકી સંખ્યા માટે)

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. ગણિત પ્રયોગશાળાના હેતુઓ જણાવો.
2. ગણિત શિક્ષણ અંતર્ગત કઈ કઈ પ્રવૃત્તિઓ કરાવી શકાય ?
3. ગણિત પ્રયોગશાળાનું સ્વરૂપ સમજાવો.

4.8 વેબ રિસોર્સીસ (Web resources)

ગણિત શિક્ષણની અધ્યયન–અધ્યાપન પ્રક્રિયામાં અસરકારકતા લાવવા માટે વર્તમાન પરિસ્થિતિ સાથે તાલમેલ સાધવો જરૂરી છે. માટે વર્ગખંડોમાં વધુ ને વધુ આ વેબ રીસોર્સીસનો ઉપયોગ થાય તે ખૂબ જ જરૂરી છે. તેના દ્વારા નીચે મુજબની ગણિત ઉપયોગી માહિતી મેળવી શકાય છે.

- સંદર્ભ સાહિત્ય – વિવિધ એકમોનું અધ્યયન–અધ્યાપન કાર્ય અસરકારક બનાવવા તે એકમોનું જરૂરી અને ઉપયોગી સંદર્ભ સાહિત્ય વિવિધ વેબસાઈટ પરથી મેળવી શકાય છે. અને તેનો વર્ગખંડોમાં ઉપયોગ કરી શકાય છે.
- ગણિત ગમ્મત – વિદ્યાર્થીઓમાં રસ, રુચિ જાગૃત કરવા ગણિત ગમ્મતને લગતાં વિવિધ ઉદાહરણો, ટૂચકાઓ અને આંકડાઓની કરામત વગેરે માહિતી મળી શકે છે. ઉદાહરણ તરીકે 9ના ઘડિયાની કમાલ.

  9 x 1 = 9, 9 x 2 = 18, 9 x 3 = 27..9 x 9 = 81

  આપણે જાણીએ છીએ કે :

  1 2 3 4 5 6 7 9 ને 9 વડે ગુણીએ તો જવાબમા બધા એક(1)જ આવશે.

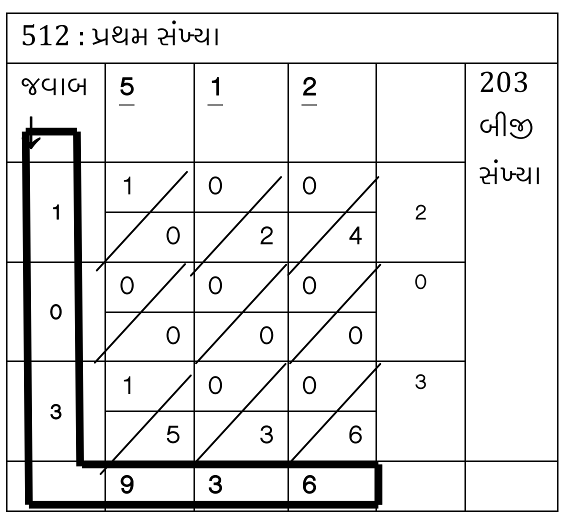
  1 2 3 4 5 6 7 9 ને 18 વડે ગુણીએ તો જવાબમા બધા બે(2)જ આવશે.

  એવી જ રીતે 1 2 3 4 5 6 7 9 ને 81 વડે ગુણીએ તો બધા નવ(9)જ આવશે.
- વિશિષ્ટ રીતો –

  અહીં વેબસાઈટ પરથી મળી આવેલ ગુણાકારની એક વિશિષ્ટ રીત બતાવી છે.

  512 x 203 કરવાની વાત છે.

  અહીં 512 અને 203ને ઉપરની તેમજ જમણી બાજુએ ગોઠવવામાં આવે છે, જે નીચે બતાવેલ છે.



5 નો 2 સાથે ગુણાકાર 10 થતા $\boxed{1/0}$ વડે દર્શાવાય છે.

તેવી જ રીતે 1 નો 2 સાથે ગુણાકાર 2 થતાં $\boxed{0/2}$ વડે દર્શાવાય છે.

આવી રીત અપનાવતાં બધા ખાનાં ભરવામાં આવે છે. પછી જમણી બાજુથી 0/0/3 તમામનો સરવાળો કરી નીચે મૂકવામાં આવે છે.

આવી રીતે તમામ ત્રાંસી લાઈનોના સરવાળા કરવામાં આવે છે. વદ્ધી આવે તો આગળની ત્રાંસી લાઇનમાં ઉમેરવામાં આવે છે.

આ રીત પૂરી થતાં 512 x 203 નો જવાબ જમણી બાજુ ઉપરથી નીચે તરફ પછી

ડાબીથી જમણી તરફ લખવામાં આવે છે.

જેમ કે અહીં 103936 થાય.

આમ, વિશિષ્ટ પદ્ધતિઓ વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકી શકાય છે.

- **મૉડેલ –**

  વિદ્યાર્થીઓની દ્રષ્ટીએ અઘરા એકમોને મૂર્ત સ્વરૂપ આપી વિદ્યાર્થીઓ સુધી સરળતાથી પહોંચાડી શકાય તેવા વિવિધ મૉડેલ પણ વેબસાઈટ પરથી મેળવી શકાય છે.

- **સંશોધનો –**

  ગણિતના વિવિધ એકમોના સંદર્ભે, પદ્ધતિઓના સંદર્ભે, પ્રવૃત્તિઓના સંદર્ભે, મૉડેલના સંદર્ભે થયેલાં વિવિધ સંશોધનોનો લાભ વર્ગશિક્ષણ કાર્યમાં થઈ શકે તે માટે તે વેબસાઈટ પરથી જરૂરી માહિતી મેળવી શકાય છે.

- **માનસિક યોગ્યતા કસોટીના પ્રશ્નો –**

  વિવિધ એકમોમાં વધુ વિચારતાં થાય તેમજ વિવિધ સ્પર્ધાત્મક પરીક્ષાઓ માટે ગણિતને લગતા માનસિક યોગ્યતા કસોટીના પ્રશ્નો વેબસાઈટ પરથી સરળતાથી ઉપલબ્ધ થઈ શકે છે.

  ઉદાહરણ તરીકે –

  નીચેના પૈકી કઈ સંખ્યા અલગ પડે છે ?

  (A) 37 (B) 73 (C) 67 (D) 77

- **કોયડા ઉકેલ –**

  વિદ્યાર્થીઓમાં સમસ્યાઓ ઉકેલવાની શક્તિનું નિર્માણ થાય એ માટે વિવિધ કોયડાઓ જુદી જુદી વેબસાઈટ પરથી મેળવી શકાય છે.ઉદાહરણ તરીકે

  100 ને ચાર ક્રમિક સંખ્યાના ઘનના સરવાળા સ્વરૂપે તેમજ બે ક્રમિક બેકી સંખ્યાના વર્ગના સરવાળા સ્વરૂપે લખો.

- ગણિત માટે કેટલીક ઉપયોગી વેબસાઈટ અહીં જણાવેલ છે.

  1. www.classroom.net
  2. www.eduplace.com
  3. www.shiksha.com
  4. www.schoolcircle.com
  5. www.smartforce.com
  6. www.tutor4computer.com
  7. www.mastertutor.com
  8. www.mit.edu
  9. www.talentduniya.com
  10. www.pentafour.com
  11. www.unc.edu
  12. www.educationbanglore.com
  13. www.nativechild.com
  14. www.free-ed.net
  15. www.entranceguru.com
  16. www.harvard.edu
  17. www.fastboots.com

18. www.upsc.gov.in
19. www.examsonline.com

ગણિત માટે શિક્ષણમાં ઉપયોગી બ્લોગ

1. math-blog.com
2. https://sbjoshi.wordpress.com
3. vedicmathsindia.blogspot.in
4. tonysmaths.blogspot.in
5. abhiqqz.blogspot.in

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. વેબસાઈટનો ઉપયોગ કરી ગણિત ગમ્મતની પાંચ પ્રવૃત્તિઓની યાદી તૈયાર કરો.
2. વેબસાઈટ પરથી ગણિત શિક્ષણ માટે ઉપયોગી મૉડેલની યાદી બનાવો.

4.9 વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા ગણિતમાં થતી કેટલીક ભૂલો અને તેના નિવારણના ઉપાયો

- થર્મોમીટર પર તાપમાનનું વાંચન , અંકિત નળાકારના કદના, લંબાઈના માપનમાં થતી ભૂલ માપનની વિવિધ સમજ પ્રયોગ દ્વારા માપન કરાવીને સ્પષ્ટતા આપી શકાય. પછી જાતે પ્રયોગ કરીને એ શીર્ષક હેઠળ વિવિધ પ્રયોગોના મહાવરા કરાવી શકાય.

- પલાખાં યાદ ન રહેવાં અથવા પલાખાંનો તાત્કાલિક જવાબ નથી આપી શકવા. –

  પલાખાં યાદ રહે તે માટે પહેલા ઘડિયા ગોખાવવાને બદલે સમજ આધારિત પ્રશ્નો પૂછી ઘડિયો કરાવવો. દા.ત. 16 પગ કેટલી બકરીના થાય?

- ગાણિતિક સંકેતો, સૂત્રો યાદ ન રહેવાં –

  ગાણિતિક સંકેતો જેમ કે એકરૂપ અને સમરૂપના સંકેતોને મહાવરા કરાવી બંનેનો ભેદ સ્પષ્ટ કરવો. એવી જ રીતે સૂત્રો ગોખીને યાદ રાખવા કરતાં કઈ રીતે સૂત્ર તારવવામાં આવે છે તેની સમજ આપીએ.

- વ્યવહારુ ઉદાહરણોનો ઉકેલ શોધવામાં થતી ભૂલ –

  વ્યવહારુ જીવનને ગણિત સાથે સાંકળીને તેની સમજ વિકસાવવી. વ્યવહારુ ઉદાહરણો ઉકેલવા માટેના વધુ મહાવરા કરાવવા. ઉપરાંત કોયડાનું અર્થઘટન કરતાં શીખવવું. આ ઉપરાંત પ્રકરણ–1 માં વિશેષ વાત કરેલી છે, તે ધ્યાને લેવી.

- ઘડિયાળ, ટાઈમટેબલ, કેલેન્ડર વગેરેના વાંચનમાં ભૂલ

  પહેલાં આંકડાઓની સ્પષ્ટ સમજ (રોમન કે લીટી સ્વરૂપે હોય તો) આપવી. ઘડિયાળ, ટાઈમટેબલ, કેલેન્ડર વગેરેને વર્ગખંડમાં ચાર્ટ સ્વરૂપે કે પ્રત્યક્ષ સ્વરૂપે સ્થાન આપવું. વિદ્યાર્થીઓ પાસે જ ઘડિયાળ જોઈ ટાઈમ કહેવડાવો, ટાઈમટેબલ પ્રમાણે કયો તાસ છે તે બતાવવાનું કહેવું અને કેલેન્ડર જોઈ દિવસ, વાર અને તારીખ ની માહિતી માગવી. આવા મહાવરા રોજ કરાવવાથી તેનાં વાંચનની ભૂલ નિવારી શકાય.

આ ઉપરાંત રેલવે અને બસના સમય પત્રક વર્ગખંડમાં લાવી તેમાં સમાવિષ્ટ વિવિધ બાબતોની સમજ સ્પષ્ટ કરી શકાય.

- શબ્દોમાં બોલાયેલા અંકો લખવામાં થતી ભૂલો :

  ઉદાહરણ તરીકે ચારસો ત્રણને આંકડામાં લખો. તો વિદ્યાર્થીઓ 4003 જવાબ લખે છે. આવી ભૂલોનું નિવારણ કરવા યોગ્ય સ્થાનની સમજ આપવી જોઈએ જેમકે, 4 લખ્યા પછી બે જ સ્થાન ભરવાનાં છે. એટલે 403 લખાય. પ્રારંભિક તબક્કે સ્થાન – સારણી સ્વરૂપમાં સંખ્યા લેખનનો વધુ મહાવરો કરાવવો.

- શિક્ષકની પ્રત્યાયન અક્ષમતા :

  અસરકારક પ્રત્યાયન ખૂબ જ જરૂરી છે.

  સામાન્યત: શિક્ષક પ્રત્યાયન ચક્રથી તથા પ્રત્યાયનના વિવિધ પ્રકારોથી ઓછો પરિચિત હોય છે. પરિણામ સ્વરૂપે પ્રત્યાયન ખામીયુક્ત બને છે, બિન અસરકારક બને છે.

  ગણિતના પ્રત્યાયનમાં સંકેતો, સુત્રો, સંજ્ઞાઓનો વિશેષ ઉપયોગ થતો હોવાથી પ્રત્યાયન ચક્રની સંકલ્પના વધુ સ્પષ્ટ હોવી જરૂરી છે. આ બાબતોની અપૂરતી જાણકારી શિક્ષકની પ્રત્યાયન ક્ષમતા ઘટાડે છે. શૈક્ષણિક ટેકનોલોજીના પુસ્તકના અભ્યાસ દ્વારા તેની જાણકારી મેળવવી જરૂરી છે.

  આપણે દાખલો ગણાવીએ કે પ્રમેયની સાબિતી આપતા હોઈએ ત્યારે સમજૂતી વિદ્યાર્થી સમજ્યા કે નહી તે નક્કી કરવા માટે શિક્ષક – વિદ્યાર્થી વચ્ચે અપૂરતું પ્રત્યાયન થવાની સંભાવના વિશેષ હોય છે.

  પ્રત્યેક તબક્કે થયેલ પ્રત્યાયનની ગુણવત્તા ન જળવાય ત્યારે શિક્ષકના પક્ષે પ્રત્યાયન અક્ષમતા ઉભી થાય છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. આપેલ $\overline{AB}$ નું ફૂટપટ્ટી વડે કે ડિવાઈડરની મદદથી માપન કરો. બંને રીતથી કરેલા માપનમાં કયું માપન વધુ ચોક્કસ હશે?
2. વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા ક્યાં ક્યાં ભૂલો થાય છે તે બતાવી તેને સુધારવાના ઉપાયો બતાવો.

4.10 ગણિતનો કાલ્પનિક ભય અને નિષ્ફળતા સાથે અનુસંધાન (Mathematic Fobia and Copping with Failure)

4.10.1 ગણિતનો માનસિક ભય:

"કોઈ વસ્તુ કે સ્થિતિ તરફ સ્થાયી ભય ઉત્પન્ન થાય તેને અવાસ્તવિક / અકારણ ભય કે ફોબિયા કહેવામાં આવે છે."

અહીં Maths Fobia નું સીધું કારણ બાળકની અધ્યયન ક્રિયા સાથે સંકળાયેલ છે. બાળક અધ્યયન ક્રિયામાં વારંવાર નિષ્ફળ જાય તો તેને ધીરે–ધીરે તેના પ્રત્યે અણગમો બંધાતો જાય છે. " તને ગણિત આવડશે જ નહી " તેવું વર્ગ શિક્ષણ દરમિયાન શિક્ષક દ્વારા દોહરાવવાથી પણ ગણિત વિષય પ્રત્યે ડર ઉભો થાય છે. અને છેવટે તે બાળકમાં "ગાણિતિક ભય/ડર" નું સ્થાપન થાય છે.

4.10.2 ભય/ડર ઉદ્ભવવાનાં કારણો :

- અભ્યાસક્રમ :

  વધુ પડતા લાંબા અભ્યાસક્રમને કારણે વર્ગખંડમાં અધ્યયન–અધ્યાપન પ્રક્રિયાને જરૂર પૂરતો સમય ફાળવી શકાતો નથી, જેથી કરીને અઘરી સંકલ્પનાઓ પ્રત્યે વિદ્યાર્થીઓમાં એક જાતનો ડર ઊભો થાય છે કે એ સંકલ્પના હું નહિ સમજી શકું અને તે સંકલ્પનાથી વિદ્યાર્થી દૂર જાય છે અને ભય ઊભો થાય છે.

- શિક્ષકોનું વર્ગવ્યવહારનું સ્વરૂપ :

  શિક્ષકોનું વર્ગ વ્યવહારનું સ્વરૂપ પણ ભય ઉદ્ભવવામાં મુખ્ય કારણ છે. વર્ગખંડમાં શિક્ષક એક–બે દાખલા ગણાવે અને પછી કહે કે બીજા દાખલા કરી લાવવા. જેથી કરીને વિદ્યાર્થી વિવિધતાવાળા દાખલા ન ગણી શકવાને કારણે હતોત્સાહિત થાય છે અને ભયનું વાતાવરણ નિર્માણ થાય છે.

- ગણિત પ્રત્યેની ઉદાસીનતા :

  ગણિત પ્રત્યેના ભાવિ જીવનમાં ઉપયોગ વિશેની જાણકારીના અભાવે પણ વિદ્યાર્થીઓ ગણિત પ્રત્યે ઉદાસીન બને છે, જે ભયમાં પરિણમે છે.

- ગણિત માટેના જરૂરી વાતાવરણનો અભાવ :

  વિદ્યાર્થીના કુટુંબ, સમાજ વગેરેમાં જો ગણિત વિષયનું વાતાવરણ ન હોય તો ગણિત વિષય પ્રત્યેના ખોટા ખ્યાલો સમાજમાં ઘર કરી જાય છે અને કુટુંબ, સમાજ તરફથી વાતાવરણ ન મળવાને કારણે ભય ઉત્પન્ન થાય છે.

- રસ–રુચિનો અભાવઃ

  ગણિત શિક્ષકનો બાળક પર પ્રભાવ એ પણ એક પરિબળ ગણી શકાય. જો ગણિત શિક્ષક બાળકોમાં ગણિત પ્રત્યે રસ, રુચિ ઉત્પન્ન કરી શકતો ન હોય તો પણ ભય ઉદ્ભવવાનું કારણ બની શકે છે. શિક્ષક વર્ગખંડમાં વિદ્યાર્થીઓને ઉતારી પાડતો હોય તો વિદ્યાર્થી હતોત્સાહિત થાય છે અને તેનામાં ભય ઉત્પન્ન થાય છે.

- પરીક્ષા–પદ્ધતિ :

  આજની પરીક્ષા પધ્ધતિ પણ ભય ઉત્પન્ન થવાનું કારણ છે. પરીક્ષા પધ્ધતિના કારણે વિદ્યાર્થીઓમાં માનસિક તણાવ ઉત્પન્ન થાય છે અને પછી તે ભયમાં પરિણમે છે.

- સહાધ્યાયીઓનું ચડિયાતાપણું :

  વર્ગખંડમાં પોતાના સહાધ્યાયીઓનું અધ્યયન–અધ્યાપન પ્રક્રિયામાં ચડિયાતાપણું વિદ્યાર્થીમાં લઘુતા લાવે છે, જેના કારણે ભયના વાતાવરણનું નિર્માણ થાય છે.

- શારીરિક અક્ષમતાઓ :

  ગણિત વિષયમાં અઘરો એકમ શીખવવામાં આવે ત્યારે શારીરિક અક્ષમતાને કારણે વર્ગખંડમાં હાજર ન હોય તો એ એકમ તેને અઘરો લાગવાથી તેનામાં ભય/ડર ઉત્પન્ન કરે છે.

4.10.3 ગણિતના કાલ્પનિક ડરનું નિષ્ફળતા સાથેનું જોડાણ (સંબંધ)

- શિક્ષકના વર્ગવ્યવહારના સ્વરૂપને કારણે વિદ્યાર્થીઓમાં ડરનું વાતાવરણ બને છે જેના કારણે ગણિત વિષયમાં નિષ્ફળતા મળે છે. તે દૂર કરવા માટે વર્ગખંડમાં મહત્તમ વિવિધતાવાળા દાખલા ગણાવી અને અઘરી સંકલ્પનાઓને સરળતા પ્રદાન કરે તેવા પ્રકારનું શિક્ષણકાર્ય બનાવવું.
- વિદ્યાર્થીની ગણિત પ્રત્યેની ઉદાસીનતાને લઈ વિદ્યાર્થી ગણિતમાં નિષ્ફળતા પ્રાપ્ત કરતો હોય છે. શિક્ષકે વિદ્યાર્થીઓને જીવનમાં ગણિતનું મહત્ત્વ સમજાવી, ગણિત પ્રત્યે તેનો રસ જાગૃત કરી તેની ઉદાસીનતા દૂર કરવાના પ્રયત્નો હાથ ધરવા જોઈએ.
- વિદ્યાર્થીને આસપાસના પર્યાવરણથી ગણિત પ્રત્યેના ખોટા ખ્યાલો મળેલા હોય છે. શિક્ષકે આ ખ્યાલોનું નિર્મૂલન કરવું જોઈએ જેથી વિદ્યાર્થીઓને ગણિતમાં નિષ્ફળતાથી બચાવી શકાય.
- પ્રવર્તમાન પરીક્ષા પધ્ધતિ સામે વિદ્યાર્થીઓ અને વાલીઓનો અસંતોષ જોવા મળે છે. વિદ્યાર્થીની સંકલ્પનાઓની સમજ, જ્ઞાનના ઉપયોજન અને ગાણિતિક કૌશલ્યોની ચકાસણી કરતા પ્રશ્નોનું સ્વરૂપ વિદ્યાર્થીઓ સમક્ષ મૂકીને વિદ્યાર્થીઓને ચકાસવા જોઈએ.
- પરીક્ષા પધ્ધતિને વધુ લવચિક અને વૈજ્ઞાનિક સ્વરૂપની બનાવવી જોઈએ.
- વર્ગના પ્રતિભાશાળી વિદ્યાર્થીઓ, સામાન્ય વિદ્યાર્થીઓ, મંદગતિએ શીખતા વિદ્યાર્થીઓની પરસ્પર તુલના કરવી જોઈએ નહીં. વિદ્યાર્થીઓના વ્યક્તિગત તફાવતોને ધ્યાનમાં રાખી વર્ગવ્યવહાર કરવો જોઈએ. મંદગતિએ શીખનાર વિદ્યાર્થીઓ લઘુતા અનુભવે નહીં અને શીખી શકે તેવા વાતાવરણનું નિર્માણ કરવું જોઈએ.
- વિદ્યાર્થીઓની શારીરિક અક્ષમતાઓ પ્રત્યે શિક્ષકે સંવેદનશીલ બની તે દૂર કરવા માટે અથાક પ્રયત્નો કરવા જોઈએ. જેથી વિદ્યાર્થી ગણિતશિક્ષણમાં ઉત્સાહપૂર્વક ભાગ લેશે તેમજ સફળતા પ્રાપ્ત કરશે.

4.11 મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો(Open Ended Question)

4.11.1 સંકલ્પના :

"જે પ્રશ્નના જવાબમાં વૈવિધ્ય આવે અને તેમાં તેની રજૂઆતમાં એકવાક્યતા ન હોય તેવા પ્રકારના પ્રશ્નોને મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો (Open Ended Question) કહેવામાં આવે છે."

ઉદાહરણ તરીકે,એક નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 4928 ચો.મીટર છે. તો આ નળાકારની ઊંચાઈ અને ત્રિજ્યાનાં શક્ય પરિણામો મેળવો.

અહીં ઊંચાઈ અને ત્રિજ્યાનો ફક્ત એક જ જવાબ મળતો નથી. ઊંચાઈ અને ત્રિજ્યાના એક કરતાં વધુ જવાબો મળે છે. જેમકે

(i) ત્રિજ્યા = 14 મીટર, ઊંચાઈ = 56 મીટર

(ii) ત્રિજ્યા = 7 મીટર, ઊંચાઈ = 112 મીટર

(iii) ત્રિજ્યા = 28 મીટર, ઊંચાઈ = 28 મીટર

(iv) ત્રિજ્યા = 56 મીટર, ઊંચાઈ = 14 મીટર

(v) ત્રિજ્યા = 112 મીટર, ઊંચાઈ = 7 મીટર

વગેરે જેવા જવાબો વિદ્યાર્થીઓ મેળવી શકતા હોય છે.
આમ, જુદા–જુદા વિદ્યાર્થીએ જવાબો બદલાતા રહે છે.

4.11.2 મુક્ત જવાબી પ્રશ્નના મૂલ્યાંકનમાં પડતી મુશ્કેલી–

- મુક્ત જવાબી પ્રશ્નોની રચના મુશ્કેલ છે..
- વિદ્યાર્થીઓ મુક્ત જવાબી પ્રશ્નનો એક જ જવાબ આપી આત્મસંતોષ અનુભવે છે. બીજા જવાબ વિશે વિદ્યાર્થી વિચારતો નથી.
- મુક્ત જવાબી પ્રશ્નોના જવાબો આપેલ સમયમર્યાદામાં વિદ્યાર્થીઓ આપી શકતા નથી.
- બધાં પ્રકરણો (એકમો) માંથી મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો રચવા મુશ્કેલ કામ છે.
- વધુ લાંબા પ્રશ્નની રચના થઈ હોય, તો મુકત જવાબી પ્રશ્ન વિદ્યાર્થીઓ માટે કંટાળાજનક પરિસ્થિતિનું નિર્માણ કરે છે.
- વર્ગખંડમાં જુદી–જુદી વૈયક્તિક ભિન્નતા ધરાવતા વિદ્યાર્થીઓ હોય છે. આવા વિદ્યાર્થીઓ માટે જુદા–જુદા પ્રકારના મુકત જવાબી પ્રશ્નની રચના શિક્ષક માટે આવડત માગી લે તેવા પ્રકારનું કામ છે. બધા શિક્ષકોમાં આવી આવડત નથી હોતી.
- Open Ended Question માટેની જવાબી ચાવી (key) બનાવવી એ એક અઘરું કાર્ય છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. મુકત જવાબી પ્રશ્ન માટેની જવાબી ચાવી બનાવવી અઘરી બાબત છે, તે સમજાવો.
2. એક નળાકારની વક્રસપાટીનું ક્ષેત્રફળ 1232 ચો. મીટર હોય, તો આ નળાકારની ત્રિજ્યા અને ઊંચાઈ માટેના શક્ય તમામ વિકલ્પો શોધો.
3. ગણિતમાં ડર લાગવાનાં કારણો જણાવો.

4.12 સમજણ માટેનું મૂલ્યાંકન

કોઈપણ બાબત શીખવાનો અથવા શીખવવાનો મૂળભૂત હેતુ તે બાબત સાથે સંકળાયેલ સંકલ્પનાઓની સમજ મેળવવાનો કે કેળવવાનો છે. દા.તરીકે ગણ એ એક સંકલ્પના છે, ખ્યાલ છે. નીચેનાં વર્તન–પરિવર્તન ગણ ખ્યાલની સમજણ વિકસી કે નહિ તે બતાવે છે.

- વિદ્યાર્થીઓ ગણનો સંકેત જણાવે.
- વિદ્યાર્થીઓ ગણ દર્શાવવાની રીતો જણાવે.
- વિદ્યાર્થીઓ યાદીની રીત અને ગુણધર્મની રીત વચ્ચેનો તફાવત આપે.
- વિદ્યાર્થીઓ ખાલી ગણ, એકાકી ગણ જેવા વિશિષ્ટ ગણોનાં ઉદાહરણો આપે.
- વિદ્યાર્થીઓ યોગગણ, છેદગણ, ઉપગણ, પૂરકગણને સંકેતથી દર્શાવે.

ઉપરનાં જેવાં વર્તન–પરિવર્તન જોવા મળે તો એ સ્પષ્ટ થાય છે કે વિદ્યાર્થીઓમાં ગણનો ખ્યાલ સ્પષ્ટ થયો છે. આથી ગણની સમજણ અંગેનું મૂલ્યાંકન કરવા ઉપરોક્ત વિશિષ્ટ હેતુઓને ધ્યાનમાં રાખી મૂલ્યાંકન કસોટી રચી શકાય. મૂલ્યાંકન કસોટીમાં ઉદાહરણ તરીકે નીચે જેવા પ્રશ્નોનો સમાવેશ કરી શકાય. (ખ્યાલાત્મક સમજણ વિકસી છે કે કેમ તે નક્કી કરવું)

- {ϕ} કયો વિશિષ્ટ ગણ દર્શાવે છે?
- વિદ્યાર્થી {1 ઘન મીટર= 1000 લિટર, 1 ઘન સેમી = 1 મિલી લિટર} થાય તે જાણે છે. તો તેની ખ્યાલાત્મક સમજ વિકસી છે કે ગોખેલું છે તે નક્કી કરવા માટે નીચેના જેવા પ્રશ્નનો મૂલ્યાંકનમાં સમાવેશ કરી શકાય.
  - o 1 સેમી x 1 સેમી x 1 સેમી સમઘનમાં કેટલા લિટર પાણી સમાઈ શકે?
  - o 1 મી x 1 મી x 1 મી સમઘનમાં કેટલા લિટર પાણી સમાઈ શકે?

વિદ્યાર્થી નાની–મોટી સંમેય સંખ્યાઓ વિશે જાણે છે. તો તેની ખ્યાલાત્મક સમજ વિકસી છે અથવા અગાઉના વર્ષોમાં થયેલ અધ્યાપનને આધારે ખ્યાલાત્મક સમજ ખોટી વિકસી છે તે નીચેના ઉદાહરણ દ્વારા સમજવાનો પ્રયત્ન કરીએ. મૂલ્યાંકન કસોટીમાં પ્રશ્ન મૂકીએ કે

- કયો ગુણોત્તર મોટો છે? $\frac{1}{3}$ કે $\frac{1}{6}$?

મોટાભાગના વિદ્યાર્થીઓ $\frac{1}{6}$ જવાબ આપે છે, કારણ કે એ જાણે છે કે 6 એ 3 થી મોટો છે. પણ અંશ અને છેદ માટેની સમજની સ્પષ્ટતા ન હોવાથી ખોટો જવાબ આપે છે.

તમારી પ્રગતિ ચકાસો

1. ખ્યાલાત્મક સમજ વિકસી છે કે કેમ તે ચકાસવા ઘનફળ આધારિત બે પ્રશ્નો બનાવો.
2. ખ્યાલાત્મક સમજ વિનાનું જ્ઞાન ગણિત શિક્ષણની ગતિને અવરોધે છે. સમજાવો.

4.13 ગાણિતિક કૌશલ્યોના સંદર્ભે મૂલ્યાંકન

- વિદ્યાર્થીઓને એવા કાર્યમાં રોકવા જેમાં સમસ્યા ઉકેલ, તાર્કિકતા (તર્ક શક્તિ) અને પ્રત્યાયનનો સમાવેશ થતો હોય.
- વિદ્યાર્થીઓને એવા કાર્યમાં રોકી શકે જ્યાં તેમની સમસ્યા ઉકેલની સમજણશક્તિ વિકસે તેમજ ગાણિતિક રીતે પ્રત્યાયન અને તર્કશક્તિ વિકસે.
- ગાણિતિક તાર્કિકતાનો નિર્દેશ કરીને લેખિત, મૌખિક અને પ્રત્યક્ષીકરણનો ઉપયોગ કરીને ગાણિતિક પ્રત્યાયનને દિશા અને મહત્ત્વ આપવું.
- વિવિધ યુક્તિઓનો ઉપયોગ કરીને પરિણામની યથાર્થતા અને અર્થઘટન કરવું તેમજ સામાન્યીકરણ કરવું.
- સમસ્યા ઉકેલના પાસાને દિશા અને મહત્ત્વ આપીને પ્રશ્ન રચવો અને પછી મૂકવો.
- ગાણિતિક પ્રશ્નની રચનામાં આપવામાં આવતાં સૂચનોનો સ્પષ્ટ અર્થ નીકળે તેવા પ્રકારની ભાષાનો પ્રત્યાયનમાં ઉપયોગ થયેલો હોવો જોઈએ.

4.14 મૂલ્યાંકનમાં સામાન્ય રીતે ઉપયોગી સાધનોના ફાયદા અને ગેરફાયદાની જાણકારી

4.14.1 શિક્ષકરચિત કસોટી

ફાયદા –

- કસોટીની રચના વિષયના શિક્ષક દ્વારા કરવામાં આવે છે.
- વિદ્યાર્થીઓની અધ્યયન નિષ્પત્તિ જાણવા માટે કરવામાં આવે છે.

- સંપૂર્ણપણે અભ્યાસક્રમ આધારિત હોય છે.
- અમુક સમયાંતરે નિયમિત રીતે લેવામાં આવે છે.
- ફક્ત એક જ વાર તેનો ઉપયોગ કરવામાં આવે છે.

ગેરફાયદા –

- આ કસોટીનું ક્ષેત્ર મર્યાદિત હોય છે.
- ફક્ત પોતાના વિદ્યાર્થીઓનું મૂલ્યાંકન કરવા ઉપયોગી છે.
- વિશ્વસનીયતા પ્રમાણમાં ઓછી હોય છે.
- વિદ્યાર્થીઓનાં જુદાં–જુદાં જૂથો માટે માનાંકો તૈયાર કરી શકાતા નથી.

4.14.2 પ્રમાણિત કસોટી

ફાયદા -

- રચના વિશેષજ્ઞો દ્વારા કરવામાં આવે છે.
- રચનામાં ચોક્કસ સોપાનો અનુસરવામાં આવે છે.
- કસોટીનું કાર્યક્ષેત્ર વ્યાપક હોય છે.
- આ કસોટી વિશ્વસનીય તથા યથાર્થ હોય છે.
- જે ઘટકના માપન માટે તૈયાર થઈ હોય તે અને તે જ ઘટકનું માપન કરવાની ક્ષમતા ધરાવે છે.
- વારંવાર ઉપયોગ કરી શકાય છે.

ગેરફાયદા -

- ગમે તે શિક્ષક તૈયાર કરી શકતા નથી.
- શહેરી અને ગ્રામીણ વિદ્યાર્થીઓ માટે સરખી હોય છે.
- વિશેષજ્ઞ દ્વારા ન કઢાય તો વિશ્વસનીયતા ઘટી જાય છે.
- તૈયાર કરવા માટે વધુ સમય અને શક્તિની જરૂર પડે છે.
- કસોટી સંચાલનમાં બંધ–છોડ કરતા પરિણામો અને અર્થઘટનો દુષિત થાય છે.
- જે જૂથ પર પ્રમાણિત થઇ હોય તેજ જૂથ માટે ઉપયોગી છે.

4.14.3 લેખિત કસોટી

ફાયદા -

- વિદ્યાર્થીઓ મુક્ત રીતે પોતાના વિચારો રજૂ કરી શકે છે.
- મૌલિક અભિવ્યક્તિને વ્યક્ત કરવાની પૂરતી તક મળે છે.
- એક સાથે ઘણા વિદ્યાર્થીઓને આપી શકાય છે.
- વિદ્યાર્થીઓની ભૂલોની સ્પષ્ટ નોંધ રાખી શકાય છે.
- પરોક્ષ રીતે લેખન કૌશલ્યની કસોટી થઈ જાય છે.
- વિવિધ હેતુઓની ચકાસણી માટે વિવિધ પ્રકારના પ્રશ્નો પૂછી શકાય છે.
- વૈવિધ્યપૂર્ણ પ્રશ્નો પૂછવાની ખૂબ જ સરળતા રહે છે.

ગેરફાયદા -

- વિદ્યાર્થીઓ ગોખણપટ્ટી કરવા પ્રેરાય છે.
- ગુણાંકનની વિશ્વસનીયતા ઓછી હોય છે. (નિબંધાત્મક–ટૂંક જવાબી પ્રશ્નો)
- અસ્પષ્ટ જવાબો આપવા પ્રેરાય છે.

- ગુણાંકન પર પરીક્ષકની જાતિ, મૂળ,થાક, તપાસવાનો સમય જેવા પરિબળો ની અસર કરે છે.
- વિદ્યાર્થીઓમાં ભાષા શક્તિ ચકાસવામાં ઉપયોગી નથી. (ટૂંક જવાબી)

4.14.4 મૌખિક કસોટી

ફાયદા -

- વિદ્યાર્થીઓની મૌખિક અભિવ્યક્તિનો ખ્યાલ આવે છે.
- શિક્ષક ક્રમિક રીતે સરળ અને કઠિન પ્રશ્નો પૂછી શકે છે.
- નકલ કરવાની બિલકુલ તક મળતી નથી.
- વિદ્યાર્થીની કક્ષાને ધ્યાનમાં રાખીને પ્રશ્ન પુછાય છે.
- પૂરક પ્રશ્નો પૂછીને વિદ્યાર્થીની સમજની તરત જ ચકાસણી થઈ શકે છે.
- શિક્ષકને વિવિધતાભર્યા પ્રશ્નો પૂછવાની તક મળે છે.
- ઉત્તર આપવા શિક્ષક વિદ્યાર્થીઓને પ્રોત્સાહિત કરી શકે છે.

ગેરફાયદા –

- દરેક વિદ્યાર્થીને એક સરખી કઠિનતાવાળા પ્રશ્નો પૂછી શકાતા નથી.
- સમય ખૂબ જ જાય છે.
- શરમાળ અને મૌખિક અભિવ્યક્તિ ન ધરાવતાં વિદ્યાર્થીઓ વ્યવસ્થિત રીતે ઉત્તર આપી શકતાં નથી. પરિણામે તેમને અન્યાય થવાની શક્યતા ઉભી થાય છે.
- વિદ્યાર્થીઓની લેખિત અભિવ્યક્તિની પરીક્ષા થઈ શકતી નથી.
- શિક્ષક વિદ્યાર્થીઓ પ્રત્યે પક્ષપાત કરી શકે છે.

4.14.5 HOT (Higher Order Thinking) Questions

NCERT પાઠ્યપુસ્તકના સ્વાધ્યાય તથા ઉદાહરણ જોતા જણાશે કે પ્રશ્ન પૂછવાની રીત અલગ પ્રકારની છે. જેમાં યાદશક્તિ આધારિત પ્રશ્નો ઓછા છે જયારે સમજ, ઉપયોજન અને કૌશલ્ય સંદર્ભિત પ્રશ્નો વધારે છે. જયારે કોઈ પ્રશ્નમાં કઈ નવું સર્જન કરીને જવાબ આપવાનો હોય, કોઈ ઉપયોજન દ્વારા જવાબ આપવાનો હોય, પૃથક્કરણ દ્વારા કે ક્રિયા કરીને જવાબ આપવાનો હોય, ચિંતન કરી સામાન્યીકરણ કરી જવાબ આપવાનો હોય ત્યારે તે પ્રકારના પ્રશ્નો હાયર ઓર્ડર થિંકિંગ પ્રકારના પ્રશ્નો કહેવાય છે. દા.ત. વિદ્યાર્થીઓ આપેલ વસ્તુઓના પૃષ્ઠફળ તથા ઘનફળ શોધે છે. તેમાં નીચેના ૧ થી ૮ પ્રશ્નો સાદા પ્રશ્નો છે.

1. લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.
2. સમઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.
3. ૩.લંબઘનનું ઘનફળ શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.
4. સમઘનનું ઘનફળ શોધવાનું સૂત્ર જણાવો.
5. એક સમઘનની લંબાઈ 3 સેમી છે તો લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધો.
6. એક સમઘનની લંબાઈ 5 સેમી.પહોળાઈ 4 સેમી છે તો લંબઘનનું ઘનફળ શોધો.
7. એક લંબઘનની લંબાઈ 5 સેમી.પહોળાઈ 4 સેમી અને ઉંચાઈ 3 સેમી છે છે તો લંબઘનનું પૃષ્ઠફળ શોધો.
8. એક લંબઘનની લંબાઈ 5 સેમી.પહોળાઈ 4 સેમી અને ઉંચાઈ 3 સેમી છે છે તો લંબઘનનું ઘનફળ શોધો.

જયારે નીચે જણાવેલ પ્રશ્ન 9 હાયર ઓર્ડર થિંકિંગ પ્રશ્ન છે.

9. એક 5 x 5 x 5 નો સમઘન છે, આ સમઘનને બહારથી રંગવામાં આવે છે, અને ત્યારબાદ તેને 1x1x1 ના ટુકડા કરવામાં આવે છે, તો નીચેના પ્રશ્નોના જવાબ આપો.

(1) 1 x 1 x 1 ના કેટલા ટુકડા થશે?

(2) ત્રણ બાજુ કલર થયેલ હોય તેવા કેટલા ટુકડા મળે?

(3) ફક્ત બે બાજુ કલર થયેલ હોય તેવા કેટલા ટુકડા મળે?

(4) ફક્ત એક બાજુ કલર થયેલ હોય તેવા કેટલા ટુકડા મળે?

(5) એક પણ બાજુ કલર થયેલ ન હોય તેવા કેટલા ટુકડા મળે?

તમારી પ્રગતિ ચકાસો.

1. શિક્ષકરચિત કસોટીના લક્ષણો જણાવો.
2. મૌખિક કસોટીની નબળાઈઓ જણાવો.

ઉપસંહાર

આ એકમમાં આપણે અભ્યાસક્રમ અને વર્ગખંડ વ્યવહાર, અધ્યયન–અધ્યાપન પ્રક્રિયામાં ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકનું મહત્ત્વ, ભારતીય ગણિતશાસ્ત્રીઓનું ગણિતશિક્ષણમાં પ્રદાન, ગણિત પ્રયોગશાળા, Web Resources, BLOG, વિદ્યાર્થીઓ દ્વારા થતી ભૂલોના પ્રતિભાવો, ગાણિતિક ભય/ડર અને તેની નિષ્ફળતા સાથે અનુસંધાન/સમાયોજન, મુક્ત જવાબી પ્રશ્નો અને તેવા પ્રશ્નોના મૂલ્યાંકનમાં પડતી મુશ્કેલીઓ, સંકલ્પના સમજણ માટેનું મૂલ્યાંકન, ગાણિતિક કૌશલ્યો સંદર્ભે મૂલ્યાંકન અને ગણિતશિક્ષણના મૂલ્યાંકનનાં સાધનોના ફાયદા અને ગેરફાયદાઓ દ્વારા તમે અસરકારક રીતે ગણિત શિક્ષણનું અધ્યાપન કરી શકશો તે નિશ્ચિત છે.

સ્વાધ્યાય

1. ગણિત પ્રયોગશાળા માટેના મોડેલની યાદી બનાવો.
2. ગણિત વિષયમાં તમે અનુભવેલ ભય/ડરનાં કારણો જણાવો.
3. સંકલ્પના સમજણ માટેનું મૂલ્યાંકન ઉદાહરણ સહ સમજાવો.
4. બે ખૂણાઓ પરસ્પર પૂરક છે. આ બે ખૂણાઓનાં માપ વિશે ઓછામાં ઓછી પાંચ જોડ લખો.
5. મૌખિક કસોટીના ફાયદા અને ગેરફાયદા જણાવો.
6. ગણિતના પાઠ્યપુસ્તકમાંથી 25 હાયર ઓર્ડર થિંકિંગ પ્રકારના પ્રશ્નો તૈયાર કરો.

શુદ્ધિ પત્રક

અશુદ્ધ	શુદ્ધ
મહત્વ	મહત્ત્વ
વિશલેષણ	વિશ્લેષણ
ઉદ્ર્ભવ	ઉદ્ભવ

સંદર્ભ

1. ગણિત શિક્ષણ અનડા પ્રકાશન, અમદાવાદ.
2. ગણિતનું અભિનવ શિક્ષણ નીરવ પ્રકાશન, અમદાવાદ.
3. गणित शिक्षण: डॉ. एस. आर. शर्मा, अर्जून पब्लिशिंग हाउस, नई दिल्ही
4. गणित शिक्षण: डॉ. रमा गुप्ता, युनिवर्सिटी बुक हाउस, जयपुर
5. Modern Methods of Teaching Mathematics: Dipak Dayal, APH publishing Corporation, New Delhi
6. નૂતન શિક્ષણની સામાન્ય પદ્ધતિઓ, ડૉ. ઘનવંત મ. દેસાઇ
7. ગણિત શિક્ષણની પદ્ધતિઓ – ડૉ. આઇ.એચ. ડૉક્ટર
8. ગણિત શિક્ષણ, પી.સી.ટી. પ્રથમ વર્ષ, ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ, ગાંધીનગર .
9. ગણિત શિક્ષણ, પી.સી.ટી. દ્વિતીય વર્ષ, ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ,
10. ગણિત વિષય વસ્તુ અને અધ્યાપન પદ્ધતિ. બી.એડ ગુજરાત યુનિ. (સેમેસ્ટર–૧)
11. ગણિત વિષય વસ્તુ અને અધ્યાપન પદ્ધતિ. બી.એડ ગુજરાત યુનિ. (સેમેસ્ટર–૨)
12. શિક્ષણ વ્યવહાર અને મૂલ્યાંકન, પી.સી.ટી. દ્વિતીય વર્ષ, ગુજરાત રાજ્ય શાળા પાઠ્યપુસ્તક મંડળ,, ગાંધીનગર
13. સંકલ્પનાઓના શિક્ષણ અને પરીક્ષણની ટેકનોલોજી, ડો. ચંદ્રકાંત ભોગાયતા, સ્વ. ડો. એચ.જી.દેસાઇ મેમોરીઅલ એજ્યુકેશન ટ્રસ્ટ, રાજકોટ
14. અધ્યાપન મનોવિજ્ઞાનઃ ડો. એન.એસ.દોંગા, નિજિજન પ્રકાશન, રાજકોટ
15. https://app.geogebra.org/help/geogebraquickstart_en.pdf
16. https://static.geogebra.org/book/intro-en.pdf
17. http://webspace.ship.edu/msrenault/tutorial/
18. http://mathworld.wolfram.com/Polyhedron.html
19. http://www.georgehart.com/virtual-polyhedra/naming.html
20. http://www.merriam-webster.com/dictionary/polyhedron

દ્વિતીય વર્ષ

કોર્ષ: 4–અ પદ્ધતિ શાસ્ત્ર અને વિષયવસ્તુ ગણિત: ધોરણ: ૬ થી ૮

વિચાર પ્રેરક પ્રશ્નો.

1. એક બગીચા પાસે કેટલાંક ટુ વ્હીલર અને કેટલાંક ફોરવીલર સાધનો પાર્ક કરેલાં હતાં. ચંચળ ચિન્ટુ એ બધાં વાહનો ગણ્યાં તો કુલ ૪૦ વાહનો થયાં અને બધાં વાહનોનાં પૈડાં ગણ્યાં તો100 થયાં. તો કેટલાં ટુ વ્હીલર અને કેટલાં ફોર વ્હીલર હશે?
2. રોહન એકસરખી પાયા ની ત્રિજ્યા અને સમાનઊંચાઈ ધરાવતા એક નળાકાર અને એક શંકુ આકારના માપીયા સાથે રમત કરે છે.તો કયું માપિયું મોટું હશે? કેટલા શંકુ આકારનાં માપિયાં ભરતા એક નળાકાર માપિયું ભરાય?
3. રમેશ એક વિભાજ્ય અને એક અવિભાજ્ય હોય તેવી બે સંખ્યાઓ પસંદ કરી કે જેમનો ગુ.સા. 1 અને લ.સા. તેમના ગુણાકાર જેટલો થતો હતો. તો આ સંખ્યાઓની વિશેષતા શું હશે?
4. 3 સેમી. ત્રિજયાવાળા વર્તુળમાં 2,3,4,5,6 સેમી. માપની જીવા દોરેલી છે. કઈ જીવા વ્યાસ બનશે? આ જીવા અને ત્રિજ્યા વચ્ચેનો શો સંબંધ છે? આ જીવા અન્ય જીવા કરતાં કઈ કઈ રીતે જુદી પડે છે?
5. એક શિક્ષક દરેક બેચ દીઠબાળકોને ચાર ત્રિકોણ દોરવાનું કહે છે કાટખૂણિયા ની મદદથી દરેકના ખૂણાને માપવાનું કહે છે. દરેક ત્રિકોણના માપેલા ખૂણાનો સરવાળો કરવાનું કહે છે. તો દરેકને શું જવાબ આવશે? અને તે કઈ પ્રક્રિયા દ્વારા નિયમ તારવ્યો કહેવાય?
6. જો તમે એક શાળામાં ગણિતના શિક્ષક તરીકે નોકરી લાગો છો તમારી વિદ્યાર્થીઓને ગણિત ની કેટલી પ્રત્યક્ષ રીતે સંકલ્પના કે સૂત્રો શીખવા માટે કાયમી વ્યવસ્થા કરવી છે તો આ માટે તમે શું પગલાં લેશો?

નોંધઃ મોડ્યુલ આધારિત આ વિચારપ્રેરક પ્રશ્નો ઉદાહરણ પૂરતાં આપેલાં છે. અધ્યાપકશ્રીઓએ આ પ્રશ્નોનો આધાર લઈ બીજા પ્રશ્નો બનાવી વિદ્યાર્થીઓને મહાવરો કરાવવો.